

## Tècniques avançades en el GeoGebra 3D

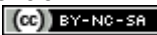
**Bernat ANCOCHEA MILLET**

INS Premià de Mar, 08330 Premià de Mar, bancoche@xtec.cat

### Resum del taller

La darrera versió del programa GeoGebra, coneguda com a versió 5 o també 3D, inclou una finestra gràfica per treballar amb objectes en tres dimensions, incorporant una gran part de les eines de la finestra gràfica que ja venien en versions anteriors i afegint-hi de noves. Aquest taller vol mostrar una sèrie d'exemples sobre diferents aspectes del currículum que es poden treballar amb el programa, explicant l'ús d'aquestes noves eines i fent servir tècniques avançades que permeten obtenir aplicacions que faciliten la visualització i la representació de conceptes matemàtics per a tots els nivells educatius. Des de la construcció de figures i els moviments a l'espai, passant pel càlcul de volums i superfícies i acabant amb problemes d'optimització de fins a dues variables i conceptes com curvatura i torsió.

**PARAULES CLAU:** GeoGebra, Espai i forma, Visualització.

Aquests materials estan sota una llicència  
Creative Commons 4.0 Internacional del tipus 

## 1. Descripció detallada del taller.

Per dissenyar una activitat amb GeoGebra ens cal tenir en compte diferents aspectes i mirar de seguir un ordre rigorós en el seu desenvolupament per tal de no perdre en cap moment de vista el resultat al que volem arribar. El programa ens permet:

- Visualitzar conceptes abstractes i relacions entre objectes.
- Representar connexions conceptuals.
- Experimentar amb les matemàtiques.

Podem utilitzar GeoGebra per a les nostres explicacions a l'aula, preparant activitats per a l'alumnat de manera que aquest pugui interactuar amb el programa o proposant el disseny d'activitats a l'alumnat amb unes pautes i unes indicacions molt clares tot i que sempre pot haver-hi un moment en el que es deixi pas a la creativitat.

Per aprendre a fer servir el programa, el punt de partida no ha de ser només un recull dels menús i de les eines amb uns exemples preparats que s'han de fer fil-per-randa. Aquesta metodologia pot ser útil en un primer moment però limita la possibilitat d'investigar i d'anar més endavant utilitzant tots els recursos de que es disposa perquè marca sovint unes maneres de fer massa rígides i fins i tot estrictes que no permeten trobar tècniques que poden ser molt potents a l'hora de desenvolupar els temes del currículum.

Per això cal partir de qüestions concretes sobre algun punt de la programació, un exercici de classe, una observació de la vida real, una imatge que hem trobat per la xarxa o fins i tot alguna obra d'un museu que ens ha captivat pel seu contingut geomètric.

Aquest taller parteix d'aquest plantejament i proposa utilitzar tres eines de GeoGebra que es poden incorporar al moodle d'un curs, al Google Classroom o a d'altres entorns similars. Són les següents:

- El repositori d'arxius de GeoGebra, el GeoGebra Tube, on podem trobar una gran quantitat d'aplicacions de tot tipus i sobre tota mena de temes. L'únic problema rau en que està tot molt dispers i manca introduir-hi un cert ordre per a que sigui realment útil. Ara per ara, fins i tot l'alumnat i pot afegir una contribució.
- Els llibres de GeoGebra que permeten muntar un document amb aplicacions de GeoGebra, vídeo i text. Una mena de llibre electrònic que podem fer públic o privat segons com ho creiem convenient.
- Els grups de GeoGebra en els que es poden compartir textos, imatges, vídeos, documents en pdf i fulls de treball de GeoGebra amb el nostre alumnat o amb altres professors i professores. Podem introduir-hi preguntes per als nostres estudiants i també tasques interactives fetes amb el programa amb possibilitat d'exposar opinions i comentaris amb retroacció. També es poden discutir idees entre els membres del grup fent servir els comentaris.

Treballarem els apartats següents:

- Moviments en el pla: simetries, rotacions, translacions i homotècies.
- Poliedres i seccions de poliedres.
- Corbes i superfícies.
- Càlcul de volums.
- Problemes d'optimització.
- Conceptes avançats com les derivades parcials, la curvatura o la torsió.

Farem servir les eines que dóna el programa i en crearem de noves. Introduïrem els comandaments i les seqüències de comandaments a la Línia d'Entrada o en la pestanya "Al clicar" de les propietats dels objectes.

Com a punt de partida utilitzarem arxius on cal fer servir algunes de les tècniques que mostrarem en el taller.

En les activitats que proposem cal tenir preparat l'entorn de treball amb la finestra gràfica i la finestra 3D i preveure que, en algunes situacions, haurem de fer ús d'altres finestres gràfiques per a completar l'activitat. Recordem que podem controlar on es visualitzen els objectes a la finestra gràfica.

Hi ha algunes qüestions a tenir en compte quan treballem amb la versió 5 de GeoGebra:

- Si visualitzem la finestra algebraica podem seguir l'ordre de la construcció objecte a objecte. Alguns no seran visibles en la finestra gràfica perquè estan lligats a determinades condicions per mostrar-los.
- Contínuament s'està revisant el programa de manera que surten versions noves que, de vegades, no estan prou revisades i ens podem trobar amb algun ensurt. Per això és convenient tenir sempre una versió actualitzada però no la darrera.
- Si utilitzem tècniques avançades podem obtenir resultats molt vistosos però que poden necessitar de molts recursos de l'ordinador per la qual cosa cal tenir present les possibilitats del dispositiu que fem servir en cada moment.
- Passa també amb la resolució de pantalla. Cal vetllar perquè la mida de la finestra no sigui massa gran per poder veure-la completa en qualsevol dispositiu tot i que sempre podem ajustar la resolució de pantalla.
- Sempre ens podem trobar amb algun *bug*, és a dir, algun instrucció que no funciona com nosaltres pensem o que, senzillament té un error de programació. En donarem un exemple amb "la llista que no es veu".
- Les llistes són molt útils però cal tenir en compte que els objectes d'una llista no estan individualitzats. Cal fer-ho amb la instrucció "CopiaObjecteLliure" si volem fer alguna acció sobre un objecte d'una llista i un per un.
- Compte amb l'opció de la pestanya "Avançat" de les propietats d'un objecte que permet escollir en quina finestra volem veure l'objecte. Sovint pot quedar com una opció aplicada per defecte i no veiem l'objecte tot i que l'hem creat.
- Una dificultat curiosa és la de fer llistes "cíclics" per relacionar l'últim objecte d'una llista amb el primer d'una altra o de la mateixa llista com veurem en l'un dels exemples. Es resol amb la comanda "Residu".
- L'alumnat pot ser més hàbil que nosaltres i trobar dreceres o utilitzar idees que no havíem pensat.

- No vulgueu incloure masses coses en les aplicacions que dissenyeu. Si cal, afegiu caselles de verificació o mostreu els objectes segons els valors d'un punt lliscant per tal de no atapeir les finestres gràfiques. Mireu que els dissenys siguin senzills.
- Les caselles de verificació i els punts lliscants també es poden mostrar amb condicions.
- Si ens cal introduir moltes instruccions semblants podem fer servir la seqüència de comandaments d'un botó.
- Hi ha la possibilitat de dibuixar punts en objectes i, particularment, en una llista amb la qual cosa garantim que aquest punt tindrà unes característiques molt definides.

Tots els fitxers que anirem treballant es poden trobar al GeoGebra Tube, en un llibre d'accés públic que està referenciat a la bibliografia. Aquest són alguns dels exemples que s'hi proposen:

- Coordenades a l'espai
- Tir parabòlic
- Ones a l'aigua
- El mètode dels discs
- Molts cubs
- El triedre mòbil
- Superfícies i corbes en tres dimensions
- Seguint el límit (controlant la mida de les finestres)
- L'eina de l'icosaedre truncat
- El volum de la esfera

El problema d'aquest repositori rau en que, sovint, les aplicacions no s'hi descarreguen correctament per la qual cosa cal tenir prevista una alternativa. Pe aquest taller hem creat un enllaç al Dropbox per tal de poder fer servir els arxius que proposem d'una manera més àgil.

Les possibilitats del programa són infinites i sovint costa decidir quina opció prendre, tant a l'hora de cercar materials per la xarxa com quan volem fer nosaltres mateixos una aplicació.

## 2. Reflexió metodològica sobre l'aplicació del taller a l'aula.

A l'hora de preparar una activitat amb GeoGebra d'acord amb els tres usos que hem esmentat cal tenir en compte diferents possibilitats:

La primera seria fer servir arxius que han estat dissenyats per d'altres autors i que podem descarregar del GeoGebra Tube sense cap més limitació que el respecte l'autoria segons les normes Creative Commons. Aquests arxius els podem redissenyar d'acord amb les nostres preferències i també completar-los amb aportacions que hi vulguem fer per al tema concret del currículum que volem desenvolupar.

També podem crear les nostres aplicacions per al desenvolupament d'algun tema, per a respondre a les preguntes de l'alumnat a classe, per a la resolució dels exercicis que plantegem o qualsevol altre idea que vulguem mostrar de manera dinàmica i que, a la pissarra, seria impossible de dur a terme. La creació pròpia ens permet tenir en

compte les característiques de l'alumnat que tenim i, a partir de com són les seves reaccions, anar-ho adaptant, fins i tot de manera diferent en cada curs.

Finalment, seria interessant fomentar el treball cooperatiu del professorat compartint arxius del programa, comentant el seu ús i les dificultats trobades i suggerir propostes de millora que permetin que l'alumne retrobi la capacitat de sorprendre's

La formació d'un grup de GeoGebra, d'un grup de Google classroom o d'un grup de moodle ens permet fer una avaluació, tant de les activitats que proposem com de les que faci l'alumnat. GeoGebra es del tot compatible amb aquestes i altres opcions a banda de que quina sigui la modalitat de treball (referència a algun arxiu del Tube o inclusió de l'aplicació dins de l'entorn).

Cal tenir en compte que GeoGebra permet abordar la possibilitat de conjecturar, descobrir, comprovar propietats i, en definitiva, de pensar matemàticament. La nostra actitud a classe ha de promoure l'ús d'una eina tant potent com aquesta.

### Conclusions

El concepte de "matemàtiques dinàmiques" és, sens dubte, el valor afegit de GeoGebra per a l'ensenyament de les matemàtiques. El que no podem fer a la pissarra el programa ens ho permet de manera senzilla i molt intuïtiva complementat amb la potència de càlcul. Moltes de les tècniques avançades que presentem en aquest taller són possibles perquè GeoGebra pot calcular expressions complexes com les que trobem amb els objectes en 3D.

### 4. Bibliografia

ARRANZ, J.M.; LOSADA, R.; MORA, J.A.; SADA, M. (2011): "*Realidades de GeoGebra*". Revista Suma, núm. 67, pp. 7-20.

HOHENWARTER, J.; HOHENWARTER, M.; LAVICZA, Z. (2010): "*Evaluating Difficulty Levels of Dynamic Mathematics Software Tools to Enhance Teachers' Professional Development with Dynamic Mathematics Software*". International Journal for Technology in Mathematics Education, vol. 17(3).

ANCOCHEA MILLET, B. Llibre GeoGebra del taller per al C2EM (accés lliure):  
<http://tube.geogebra.org/m/eSdfPQCD?doneurl=%2F#>

PÉREZ LASERNA, R. Tutorials de GeoGebra 3D. Canal de Youtube:  
<https://www.youtube.com/user/perezlaser/videos>

SADA ALLO, M. "*A seguir disfrutando (Ahora también en 3D)*". Llibre GeoGebra amb activitats en 3D (accés lliure): <https://tube.geogebra.org/student/b1097993#>