Pattern blocks: tot un ventall de possibilitats a l'aula

Maria Àngels Rueda[1], Daniel Ruiz-Aguilera[2]

[1] CEIP Son Anglada, 07011 Palma, manangels@gmail.com
[2] Dept. de Ciències Matemàtiques i Informàtica, Universitat de les Illes Balears, Palma, daniel.ruiz@uib.es

Resum del taller

Es presentaran diferents activitats a desenvolupar amb el material *pattern blocks*, a diferents etapes educatives i amb diferents blocs de continguts. La versatilitat d'aquest material fa que es puguin treballar qüestions referents a la geometria (figures geomètriques, mosaics), mesura (superfície, longitud, angles), nombres i operacions (fraccions, irracionalitat), entre moltes d'altres.

PARAULES CLAU: material manipulable, versatilitat, geometria

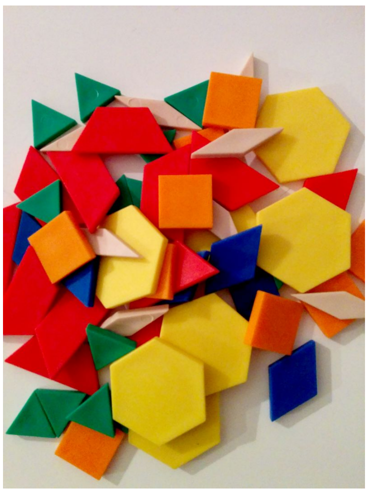
1. **Introducció**

Són molts els materials manipulables disponibles al mercat per treballar aspectes relacionats amb les matemàtiques. Una de les característiques importants a l'hora de seleccionar-los per a l'aula és la seva versatilitat, tant pel que fa a l'adaptació en diferents nivells educatius, així com el treball de diferents blocs de continguts. Un exemple de material que compleix aquestes virtuds són els policubs (també coneguts per multilink), bastant conegut i implantat a les nostres aules.

Dins aquesta família de materials versàtils es pot incloure els *pattern blocks*, que, tot i que va ser un material elaborat als anys 1960 per *Elementary Sciences Studies*, el seu ús didàctic és prou desconegut. De tota manera, la seva inclusió a les aules es va estenent per la seva capacitat com a material de construcció, manipulació i abstracció. Digne de menció el treball sobre *pattern blocks* fet per Henri Picciotto (1999), on es presenten multituds d'activitats orientades a l'estudi de la geometria. Recentment, Riera i altres (2016) han presentat un taller sobre les possibilitats dels *pattern blocks* com a eina de construcció de mosaics, arribant a la conclusió de que amb *pattern blocks* es poden construir vuit dels nou mosaics semirregulars.

Sobre la capacitat que pot arribar a tenir un conjunt de tessel·les, Pere Puig Adam (1960) va escriure *Estructuras algebraicas en un juego de mosaico*, en el que, partint d'un joc amb dues peces diferents (un rombe amb angles de 45º i 135º, i un triangle rectangle isòsceles) arriba a tractar aspectes a primera vista poc relacionats com la irracionalitat de l'arrel quadrada de dos, o les estructures algebraiques que es poden relacionar amb les superfícies de les tessel·les.

En aquest taller es proposaran diferents activitats emprant aquest material, des de diferents perspectives i incloent continguts i objectius dels blocs temàtics de matemàtiques a tots nivells educatius. El principal objectiu del taller és donar a conèixer la potencialitat que pot tenir aquest material i fer una anàlisi metodològica sobre la conveniència d'introduir-lo dins el quefer matemàtic dels nostres alumnes.



Peces de *pattern blocks*

2. **Activitats per desenvolupar amb pattern blocks**

A continuació es descriuen algunes de les activitats que es poden desenvolupar amb aquest material. Es considera essencial tenir en compte les diferents etapes de l'aprenentatge a l'hora de treballar amb qualsevol material manipulable (veure González i altres, 2015): familiarització, manipulació guiada, expressió oral i escrita, simbòlica. És per això que la primera activitat, de familiarització, serà necessària a qualsevol etapa educativa, dedicant-li el temps adequat en funció de les diferents necessitats del grup-classe.

2.0 **Familiarització i descripció del material**

Les formes i colors de les peces que componen *pattern blocks* són molt atractives per als nins i les nines, i el primer que s'ha de permetre és l'experimentació lliure, a través de construccions de símbols, objectes i, en general, altres elements que ajudin a la familiarització. Al cursos d'educació infantil i a primers cursos d'educació primària aquest material pot ser molt adequat per al treball del raonament lògic a partir de la forma i del color de les peces.

Tota vegada s'hagi deixat un temps per a aquesta fase d'experimentació, es poden fer preguntes orientades a una descripció més concreta del material, com ara:

P1. De quin color són les peces? Quines formes tenen? Com es poden classificar?

D'aquesta manera cercam que les peces adquereixin un nom i a partir d'ara ens poguem referir a elles de manera unívoca entre tots. Un exemple seria: triangle, quadrat, trapezi, rombe blau, rombe blanc i hexàgon o, simplement, pel color.

També es podria proposar una feina de classificació de les peces atenent a altres característiques que ells mateixos puguin crear, com per exemple "quadrilàters" i "no quadrilàters", "nombre de costats", "nombre d'angles" o altres classificacions proposades pel docent: "figures regulars" i "figures irregulars".

Per a nivells superiors, aquesta fase pot contenir també la descripció detallada d'algunes propietats de cada una de les peces, com per exemple el perímetre, els angles o la superfície de cada una de les peces, com es pot veure en l'article de Calvo (2016).

PECES	FORMA	COSTATS	PERIMETRE	ÀREA	ANGLES
T		1	4	1	4 de 90°
G		1	6	$6\frac{\sqrt{3}}{4}$	6 de 30°
V_M		1	5	$3\frac{\sqrt{3}}{4}$	2 de 60° 2 de 120°
B_V		1	4	$2\frac{\sqrt{3}}{4}$	2 de 60° 2 de 120°
BL		1	4	$\frac{1}{2}$	2 de 150° 2 de 30°
V_O		1	3	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	3 de 60°

Producció d'un alumne presentat a Calvo (2016)

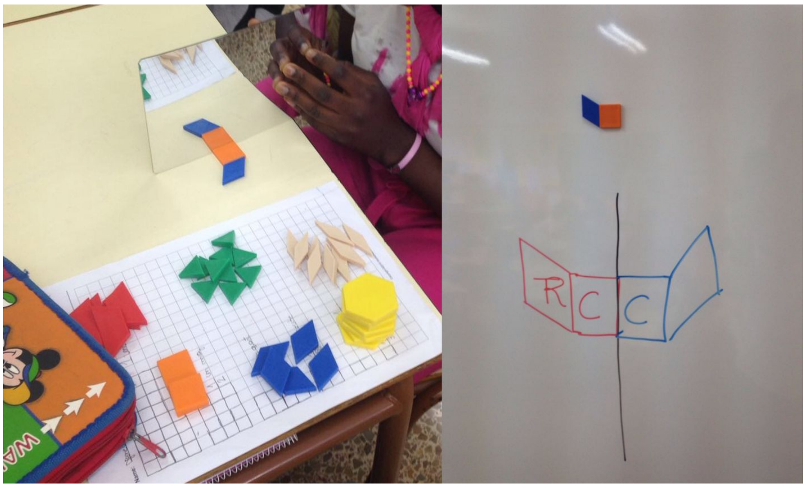
2.1 **Simetries**

Totes les peces de *pattern blocks* tenen eixos de simetria, i una proposta d'activitat és la de l'estudi de les simetries a partir dels miralls. A partir d'una figura donada, la proposta consisteix en "predir" quina serà la figura que apareixerà:

P2. Si posam el mirall davant [...] què es veurà?

És interessant observar que els alumnes es veuen motivats per la qüestió, i tenen una eina d'autoavaluació interessant. Igualment, el mirall pot servir d'ajuda per a aquells alumnes que presentin dificultats en la percepció espacial, fent-lo servir de guia. El treball de la simetria pren així una dimensió palpable i demostrable.

La dificultat de l'activitat va en augment, començant per dues peces, per exemple, i partint d'un costat per "continuar" la figura, per a poc a poc augmentar el nombre de figures i la dificultat, col·locant peces inclinades, partint d'un vértex per a la simetria...



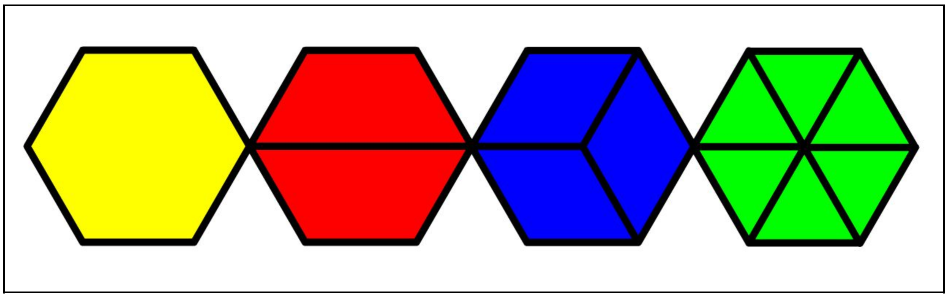
Exemple del treball amb la simetria

2.2 **Equivalència de superfícies**

Jugant amb els *pattern blocks* de manera lliure, habitualment s'intenten superposar les figures més simples per aconseguir-ne d'altres. Per tant, una pregunta que s'escau en aquest moment és la de:

P3. Amb quines peces d'un únic color es pot fer un hexàgon? Amb quines no es pot?

Aquesta pregunta ens dirigeix directament a l'equivalència entre àrees, arribant a la conclusió de que: sis triangles, tres rombes blaus i dos trapezis fan un hexàgon, i que, per molt que ho intenti, el quadrat i el rombe blanc no hi "caben".



Peces iguals per fer un hexàgon

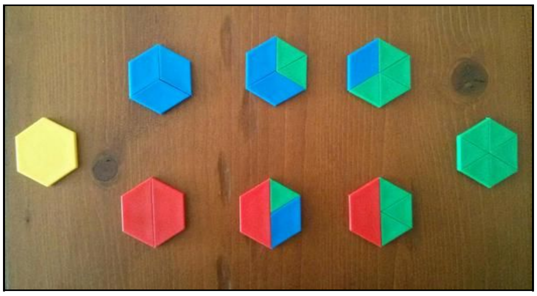
Entrant més a fons a la primera resposta, es pot connectar aquest fet amb l'equivalència de fraccions, arribant a la conclusió de que, en superfície, un triangle és un sisè de l'hexàgon, un rombe blau un terç de l'hexàgon, i un trapezi un mig de l'hexàgon. És un bon moment per plantejar, doncs, la següent qüestió:

P4. De quantes maneres "diferents" puc fer un hexàgon?

O, el que és el equivalent:

P4'. Descomponeu la unitat emprant ½, ⅓ i ⅙ tantes vegades com faci falta.

La resposta implica treballar la capacitat d'analitzar i classificar de les diferents solucions.



Maneres diferents de fer un hexàgon

A la xarxa es poden trobar diferents propostes per treballar les fraccions a partir dels *pattern blocks*: suma, resta, multiplicació i fins i tot divisió es poden visualitzar amb les fraccions simples ½, ⅓ i ⅙.

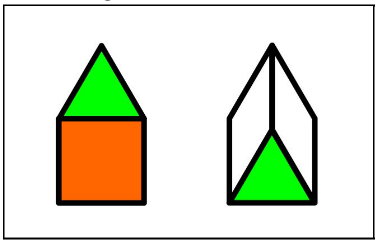
Tornem ara a la pregunta *P3*. Quan ens hem demanat quines figures no hi "caben" a l'hexàgon, ens hem quedat amb el quadrat i el rombe blanc. Ara la qüestió a considerar és:

P5. Quina relació hi ha entre el quadrat i el triangle?

Emprant el Teorema de Pitàgores, i si consideram 1 la longitud del costat de totes les figures, es pot calcular l'altura del triangle equilàter i podem arribar a la conclusió de que l'àrea del triangle és $\frac{\sqrt{3}}{4}$, és a dir, les àrees del quadrat i del triangle són incommensurables. Aquesta conclusió, ens duu a la següent pregunta:

P6. El rombe blanc és mesurable al quadrat o al triangle?

Després de manipular amb les tres figures, se sol arribar a aquesta figura:



Un rombe blanc és mig quadrat

És a dir, podem fer una classificació de les àrees: per una banda, tenim que la relació entre triangle, rombe blau, trapezi i hexàgon és de 1:2:4:6, mentre que la relació entre quadrat i rombe blanc és 1:½. Podem dir, doncs, que pertanyen a "mons" diferents o, dit d'altra manera, el quadrat i el rombe blanc són irracionals respecte als altres, i viceversa.

2.3 **Omplir el dodecàgon**

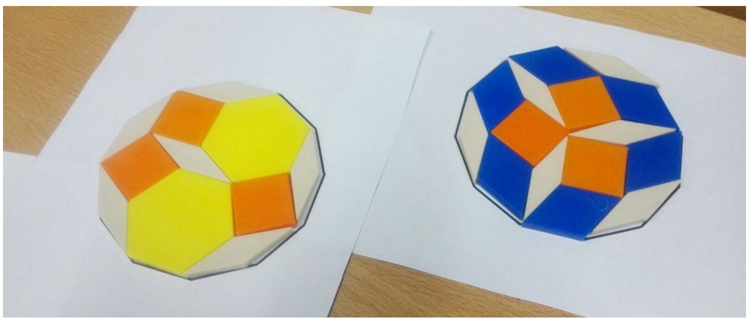
Després de manipular una estona, sol aparèixer la construcció de diferents mandales, és a dir, figures més o mens circulars omplertes completament amb diferents peces, i seguint (o no) un cert ordre. Es poden preparar diferents patrons per omplir. Amb aquesta perspectiva, una pregunta que pot fer és:

P6. Quins polígons regulars es poden construir amb pattern blocks?

Està clar que: triangle, quadrat i hexàgon, sí. Però, qualque altra més? La resposta es pot trobar a partir dels angles interiors dels polígons regulars (recordem que, donat *n* el nombre de costats, l'angle interior és $\frac{n-2}{n} \times 180^{\circ}$). Si tenim en compte que els angles no reflexos que es poden aconseguir amb les figures de *pattern blocks* són 30º, 60º, 90º, 120º, 150º, podem arribar a la conclusió de que l'única figura que podríem aconseguir és el dodecàgon, que té angles interns de 150º. Per tant, una primera pregunta serà:

P7. Construïu diferents dodecàgons… Quants diferents podeu arribar a fer?

Després de manipular una mica es pot arribar a entendre la quantitat enorme de solucions que poden aparèixer. La qüestió aquí arriba a la classificació, i sobretot, a la distinció de solucions equivalents.

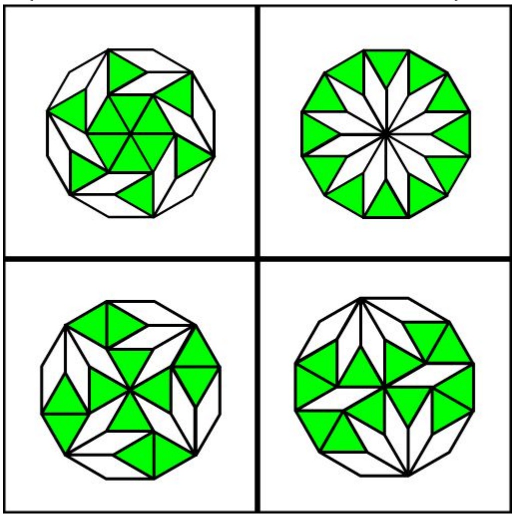


Algunes de les possibles solucions

Si s'analitzen bé les diferents solucions apareixen certs patrons que poden ajudar a aquesta classificació: diferents tipus de simetria (axial, rotacional), diferent tipus de figures que s'utilitzen per omplir… Per mirar de limitar l'abast de les solucions, es pot limitar el nombre de peces que s'utilitzen per fer els dodecàgons:

P8. Construïu dodecàgons emprant només el triangle verd i el rombe blanc

Aquí es pot observar la riquesa de les diferents solucions que apareixen.

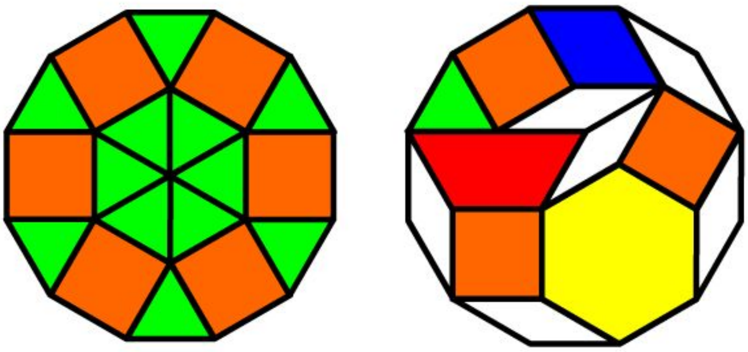


Algunes de les possibles solucions

Intentant classificar aquestes solucions es podria fer la pregunta:

P9. Quina és l'àrea d'un dodecàgon regular?

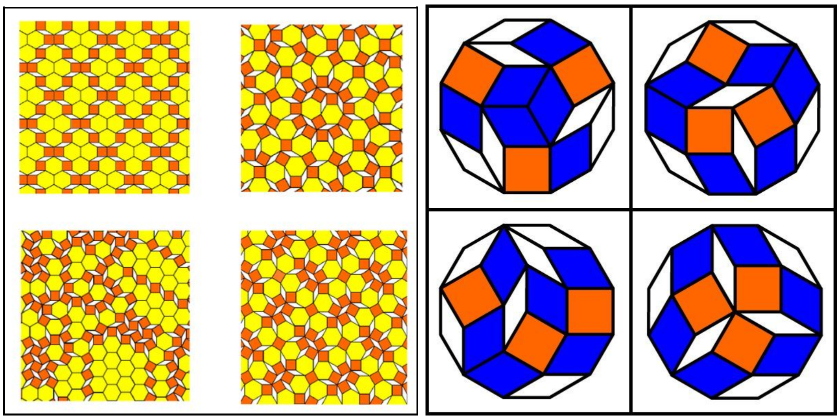
Que ens connecta directament a l'activitat de les equivalències de les àrees. Si volem mesurar la superfície podem fixar una primera solució que *només* empri quadrats i triangles, i podrem veure que està formada per 6 quadrats i 12 triangles, per tant podem escriure que $A = 6Q + 12T$, totes les altres solucions seran reescriptures d'aquesta, amb equivalències diferents, ja que, com hem conclòs, tenim dos grups diferents de mesura entera.



Àrees de dos dodecaedres omplerts de manera diferent: $A = 6Q + 12T$ (esquerra) i $A = (3Q + 6r) + (1H + 1T + 2R)$ (dreta), on R és el rombe blau i *r* és el rombe blanc

2.4 **Troba l'intrús (Which One Doesn't Belong?)**

Una menció especial d'activitat fa referència a l'activitat de *Troba l'intrús*, que es pot treballar a partir de figures diferents construides amb *pattern blocks.* A continuació es poden observar alguns exemples.



Exemples de *Troba l'intrús* amb *pattern blocks*

4. **Conclusions**

En aquest taller s'han proposat diferents activitats per desenvolupar mitjançant el material *pattern blocks*. Cal destacar la versatilitat d'aquest material, amb un gran ventall de possibilitats tant pel que fa als continguts, com pel que fa a les etapes educatives que pot abordar.

Finalment, és important introduir sovint activitats de tipus espacial per desenvolupar aquesta capacitat, ja que moltes vegades queda oblidada per altres continguts. No oblidem que els alumnes que tenen dificultats amb la percepció espacial generalment presenten dificultats en altres aspectes de les matemàtiques.

5. **Bibliografia**

Calvo, Cecilia (13/11/2015). *Pattern Blocks*. [consultat 31/05/2016]. Accessible: https://matesasadako.wordpress.com/2015/11/13/pattern-blocks/

González, Aina M; Martí, Magdalena; Petro, Ana Belén; Riera, Juan Vicente; Rueda, Maria Àngels; Ruiz-Aguilera, Daniel. El material manipulable a l'aula de matemàtiques. *Cantabou* [pàgina web]. Número 38, juny 2015. [consultat 29/05/2016].
Accessible: http://cantabou.cepinca.cat/2015/06/el-material-manipulable-laula-de.html

Picciotto, Henri. *Geometry Labs* [PDF]. Editor: Dan Bennett, 1999 [consultat 31/05/2016]. Accesible: http://www.mathedpage.org/geometry-labs/gl/geometry-labs.pdf

Puig Adam, Pedro. *La matemática y su enseñanza actual*. Madrid: Ministerio de Educación Nacional, 1960.

Riera, Juan Vicente; Rueda Portilla, Maria Àngels; Ruiz-Aguilera, Daniel. *Mosaicos con pattern blocks.* Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas, FESPM. *17 Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas*. Cartagena: Sociedad de Educación Matemática de la Región de Murcia, SEMRM, 2016. [consultat 31/05/2016]. Accessible: http://17jaem.semrm.com/aportaciones/n147.pdf