

(Re)bastir la base d'orientació en la resolució de problemes. Una anàlisi dels entrebancs

Joana Villalonga Pons¹, Jordi Deulofeu Piquet²

¹ Dept. de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals, Universitat Autònoma de Barcelona, Bellaterra (Cerdanyola del Vallès), juanamaria.villalonga@e-campus.uab.cat

² Dept. de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals, Universitat Autònoma de Barcelona, Bellaterra (Cerdanyola del Vallès), jordi.deulofeu@uab.cat

Resum de la comunicació

Amb aquesta comunicació es pretén destacar algun dels aspectes en què l'ús d'una adequada base d'orientació per resoldre un problema pot esdevenir una bona pràctica en l'adquisició de la competència en resolució de problemes. Es presentaran les evidències d'ús d'una base d'orientació en la resolució de dos problemes per alumnes de 6è de Primària i 1r d'ESO a partir de les quals s'observa com aquesta pràctica, no només esdevé una eina positiva per a l'alumnat en la finalitat pretesa, sinó també pel propi professorat implicat a l'hora de dissenyar i adequar les eines considerades (els problemes i la base d'orientació). Concretament, centrarem la nostra reflexió en l'anàlisi d'una de les nou dimensions que conformen la base d'orientació utilitzada: la detecció dels moments en què l'alumnat s'entrebancs en resoldre el problema.

PARAULES CLAU: Base d'Orientació, Entrebancs, Resolució de Problemes.

[Aquest resum apareixerà al programa del Congrés per tal que els participants puguin triar a quines comunicacions o tallers assistir, convé doncs que sigui el màxim de descriptiu del contingut de la vostra comunicació.]

Aquests materials estan sota una llicència Creative Commons 4.0 Internacional del tipus



1. Quina és la intenció?

Amb el projecte de recerca de doctorat *La competència matemàtica. Caracterització d'activitats d'aprenentatge i d'avaluació en la resolució de problemes a l'ensenyament obligatori* es pretén aprofundir en com millorar l'adquisició de la competència en resolució de problemes en un moment clau del procés d'ensenyament-aprenentatge com és el pas de l'Educació Primària a la Secundària, a través de les accions del professorat relacionades amb el disseny i aplicació de les activitats (problemes) a treballar.

En un primer estudi, presentat en les XVII JAEM celebrades el passat juliol de 2015, s'observà com l'ús d'una adequada base d'orientació en la resolució de problemes pot esdevenir una bona eina i una pràctica satisfactòria per a la millora de la competència matemàtica en resolució de problemes, ja que, si bé no hi ha una *recepta* per a resoldre tots els problemes, s'aprecià que l'aplicació d'una base d'orientació adient permet al *resolutor* no expert a considerar i indagar entre les eines i procediments matemàtics de què disposa, proporcionar-li seguretat, control i serenitat, i també a organitzar-se per a realitzar la tasca que ha d'afrontar, amb la qual cosa, i amb el temps, possibilita l'adquisició de la competència matemàtica que amb ella es pretén.

La base d'orientació utilitzada en l'estudi, emfatitza, entre altres, la necessitat de revisar la resolució del problema que es pretén resoldre amb la seva ajuda, amb l'objectiu que el *resolutor* no expert que l'està considerant adquireixi la serenitat, seguretat i controls necessaris per aprendre a detectar els punts on s'entrebanca alhora que esforçar-se a trobar una alternativa, i així, amb la pràctica, fer-se seva aquesta dinàmica.

L'anàlisi d'aquesta dimensió, no només comporta discernir quins són o poden ser els moments d'entrebanc percebuts més comuns o característics de l'alumnat *resolutor* i la seva destresa en reconduir-los, sinó també permet evidenciar com el propi professorat pot aprofitar la seva revisió per a l'adequació de les seves propostes d'activitats (en aquest cas la conjunció del problema amb la base d'orientació).

Amb la presentació de les evidències d'ús d'alumnat de 6è de Primària i de 1r d'ESO d'una base d'orientació a l'hora de resoldre dos problemes durant el 3r trimestre del curs passat 2014-2015, es pretén mostrar i justificar la importància de l'anàlisi dels moments en què l'alumnat s'entrebanca durant la resolució d'un problema (i més quan aquest s'intenta guiar) tant per part del mateix alumnat com del professorat. Els primers perquè essent ells mateixos conscients dels seus propis errors i amb el posterior esforç de rectificació, aprofundeixen en l'adquisició de la competència pretesa i, per altra banda, perquè part d'aquesta anàlisi permet als docents entendre millor les mancances del seu alumnat i, en conseqüència, la des seus materials de treball i seguiment i, per tant, amb una adequada lectura de tot plegat, adaptar millor les eines de treball considerades perquè realment emfatitzin les mancances de l'alumnat de manera gradual.

A mode de conclusió, amb aquesta aportació, es ratifica que l'anàlisi del disseny del quefer matemàtic amb l'alumnat i la seva reflexió és un punt clau en la gestió de l'activitat matemàtica i, concretament, del cor de l'aprenentatge matemàtic, com és la resolució de problemes.

2. Qui i com hi ha intervingut?

Les reflexions que pretenem compartir sorgeixen de l'anàlisi de les evidències d'ús d'una base d'orientació per a resoldre dos problemes per part d'alumnat de 6è de Primària (11-12 anys) i de 1r d'ESO (12-13 anys).

Concretament, l'experiència va tenir lloc durant el 3r Trimestre del curs passat 2014-2015 en una aula de 6è d'Educació Primària de 22 alumnes; i en dues aules de 23 i 31 alumnes, respectivament, de 1r d'ESO, totes elles procedents de tres centres educatius (una escola i dos instituts, respectivament) públics diferents de Barcelona. Comentar que usarem el terme general *alumne* per referir-nos tant als nois com a les noies que conviuen en cadascuna d'aquestes tres aules.

Tant el professorat com la realitat de cadascuna d'aquestes aules eren propis i diferents entre si. Així mateix, tant per als docents implicats com per als seus alumnes va ser el primer curs que utilitzaven una base d'orientació per a resoldre un problema.

Els problemes van ser proposats en dues sessions habituals de classe de l'últim trimestre del curs 2014-2015, cada un en una sessió diferent. Tot i que l'ordre d'aplicació no estava indicat, en les tres aules es va treballar primer el Problema 1 i després el Problema 2 (Taula 1). Prèviament a les sessions de resolució, el/la docent havia de presentar acuradament la base d'orientació (Taula 2) al seu alumnat per discutir-la abans de ser utilitzada. Era imprescindible assegurar que tant el vocabulari i les expressions utilitzades, com el sentit de la mateixa, fos entès per l'alumnat. S'havien de considerar les observacions per adequar l'eina a les necessitats sorgides. Cada un dels estudiants disposava d'una còpia en paper. Posteriorment, en cada una de les sessions de resolució, s'havia de presentar el problema de manera que cada alumne el pogués resoldre de manera individual seguint la base d'orientació que tenien impresa a la seva disposició. També es va facilitar l'enunciat del problema imprès en un full de paper on cada alumne havia de presentar el seu procés de resolució.

Per poder accedir a les seves idees i procediments, els alumnes havien d'escriure en bolígraf i no esborrar res. En cas de modificar alguna cosa de la resolució, havien de fer una lleugera marca i, en cas de ser necessari, afegir els comentaris pertinents, però sense esborrar l'anterior. Finalment, es proposava una revisió de la resolució dels problemes, per parelles del primer problema i individual del segon, considerant la base d'orientació, i usant un bolígraf d'un altre color.

3. Amb què ho hem portat a terme?

a. Els problemes

Abans de fer una proposta de problema és imprescindible determinar què s'entén per problema. D'acord amb les fonts consultades, entenem per problema (matemàtic) qualsevol situació desconeguda per a qui l'ha de resoldre, que es planteja per un conjunt de dades contextualitzades que comporta un enfrontament per al qual no es disposa d'una resposta immediata, sinó que requereix d'un cert procés d'investigació matemàtica.

D'acord amb aquesta concepció, i tenint en compte que els problemes havien de ser treballats per alumnat de 6è de Primària i 1r d'ESO, es van proposar els dos problemes que es presenten a continuació:

Problema 1.

Amb les xifres 3, 5, 6, 7, 8, 9, i sense repetir-ne cap, podem formar alhora dos nombres de tres xifres cadascun. Per exemple, el 368 i el 579.

Quins són aquests dos nombres si volem obtenir la suma i la multiplicació més grans possibles a la vegada? Com has arribat a aquesta conclusió? Explica-ho.

Problema 2.

En la mitologia grega, una *Hydra* era un desprietat monstre aquàtic amb forma de serp i d'alè verinós que podia tenir entre 5 i 100 caps, o inclús més. A més, cada vegada que un heroi li tallava un cap, li creixien tres caps nous.



1. El primer cop que l'heroi *Matematicus* es va enfrontar amb una *Hydra* va tallar-li tres caps amb la seva espasa màgica. Si la *Hydra* tenia inicialment nou caps, quants en va tenir, en total, després? Explica com ho has sabut.
2. Més endavant, l'heroi *Matematicus* va lluitar junt amb dos herois més contra tres dracs que inicialment tenien nou caps cadascun. Si cada un dels herois va aconseguir tallar tres caps, quants caps van tenir, al final, entre els tres dracs? Explica com ho has deduït.

Taula 1: Els enunciats dels problemes

Si bé el primer és un problema contextualitzat en la mateixa matemàtica que comporta el joc i l'experimentació numèrica, el segon (basat en un dels problemes de l'Esprint 2008), està contextualitzat en la mitologia grega i convida a un treball de comptatge o combinacions numèriques. En qualsevol cas, amb la proposta dels dos problemes es buscava diversitat en la contextualització però cert equilibri i comoditat en l'aspecte curricular a les diferents aules implicades. D'aquí que els dos problemes curricularment encaixin en el bloc de Numeració i Càlcul, bloc que en totes les aules participants es treballava des del principi i al llarg de tot el curs i pel qual, segons el seu professorat, l'alumnat disposava de més eines per fer front a les situacions que es podien presentar.

b. La base d'orientació

La base d'orientació ha estat dissenyada tenint en compte les diferents anàlisis envers el procés de resoldre un problema que han realitzat diversos autors (Polya, 1957; De Corte et al. 2000, 2003; Mason et al., 2010) així com la dinàmica observada entre els alumnes de les aules participants.

A partir de les observacions extretes, es va convenir d'establir tres dominis d'actuació principals per a cada un dels quals s'identifiquen tres dimensions, que es presenten relacionats de manera lineal en forma de taula llistada, com es pot veure en la taula que es presenta a continuació.

| Dominis | Dimensions |
|--------------------------------|---|
| Comprenc el problema | d1. Assenyalo les preguntes que he de respondre i entenc tot allò que se'm demana que faci. |
| | d2. Assenyalo les dades i m'asseguro que les entenc. |
| | d3. Expresso el problema per entendre'l millor fent un dibuix, esquema, diagrama... (el que em sembli més adequat) i faig proves si m'és necessari. |
| Per a cada pregunta formulada: | |
| Tinc un pla d'acció | d4. Penso alguna estratègia de resolució a partir de la representació i les proves o exemples que he fet, i tracto d'aplicar-la. |
| | d5. Trobo les dades i els raonaments i/o algorismes que necessito per aplicar l'estratègia. |
| | D6. Aplico l'estratègia i l'escric de manera que s'entengui tot allò que he pensat. |
| Reviso la meva tasca | d7. Si no me'n surto, detecto on em bloquejo o m'equivoco i aplico una nova estratègia (amb tot el que necessiti). |
| | d8. Una vegada resolt, <ul style="list-style-type: none"> • investigo si hi ha altres solucions i les trobo. Si només n'hi ha una, raono per què no n'hi ha més. • raono si es podria fer d'altres maneres. |
| | d9. Rellegeixo què he fet, i m'asseguro que ho explico tot i que responc de manera raonada i que s'entén relacionant-ho, si cal, amb la resta de preguntes i tasques demanades. |

Taula 2: La base d'orientació

Aquesta presentació no obliga que els passos descrits s'hagin de mantenir sempre de forma estricta a l'hora d'aplicar-la, però, tal com es desprèn de les fonts consultades, i que descriuen els passos d'un *resolutor* expert, s'ha observat que presentacions d'aquest tipus permeten mantenir un cert ordre d'aplicació, evitar dispersions, i alhora, establir millor la relació entre dominis i dimensions establerts. Així mateix, com es pot extreure de la mateixa base d'orientació (d7 i d8, especialment) aquest ordre pot quedar alterat però reconduït en qualsevol moment. D'aquí la naturalesa cíclica de resolució d'un problema que alguns autors com De Corte et al. (2000) remarquen.

En quant al temps verbal utilitzat en la base d'orientació, s'escollí el present i primera persona del singular per apropar la base d'orientació al *resolutor* alhora que fer constar que el temps d'aplicació coincideix amb el de resolució.

4. Què hem observat?

D'acord amb el tipus de seguiment de l'alumnat més usual en les treus aules, on principalment es fa a través dels escrits dels alumnes, les dades analitzades per aquest treball provenen únicament del que cada alumne va deixar per escrit en la seva resolució de cada problema.

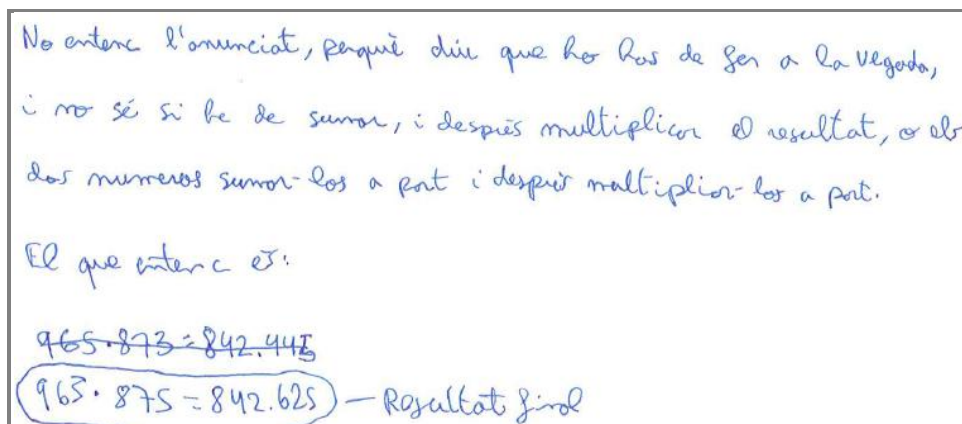
De les diferents resolucions als problemes plantejats usant la base d'orientació, han sorgit situacions interessants en relació a la dimensió dedicada a l'entrebanc, que es correspon amb la dimensió *d7*. *Si no me'n surto, detecto on em bloquejo o m'equivoco i aplico una nova estratègia (amb tot el que necessiti)* de la base d'orientació, que per les característiques que presenten, ens permeten identificar sis situacions concretes d'entrebanc. Aquestes situacions són les que es concretem en la taula següent:

| | |
|-----------------------------------|--|
| a) Manca de comprensió | Apercebre's de no entendre la situació exposada en el problema, alguna de seves parts o de les dades que s'hi presenten. |
| b) Representacions inadequades | Advertir que la representació (expressió o proves) realitzada de la situació descrita del problema no es correspon amb què s'exposa en aquesta situació. |
| c) Estratègia inadequada | Notar que l'estratègia utilitzada no és adequada pera la finalitat que es pretén resoldre. |
| d) Dades o raonaments inapropiats | Apreciar que es consideren dades o raonaments no adequats per a aplicar una estratègia. |
| e) Errors d'aplicació | Fixar-se que es cometen errors d'aplicació. |
| f) Explicacions imprecises | Percebre que l'exposició de les descripcions (explicacions, conclusions...) són confuses, impròpies o que contenen fragments incorrectes o inadequats, ja siguin de llengua (expressió escrita) o de caràcter matemàtic. |

Taula 3: Situacions d'entrebanc identificades

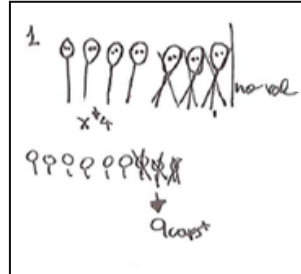
Per a il·lustrar cadascuna d'aquestes situacions, presentem les figures que vénen a continuació. Cada una d'elles es correspon amb un fragment de la resolució d'algun dels alumnes implicats en què s'ha detectat un punt en el qual l'alumne s'ha entrebancat, ja sigui a causa d'un moment de confusió (seria la típica situació de bloqueig) o per haver realitzat alguna operació, en el sentit més ampli de la paraula, de manera incorrecta (comunament, l'error), i com el mateix alumne ha correspost (o no) a la situació. En definitiva, es tracta d'un recull de les evidències de com els alumnes han detectat i actuat en trobar-se en una situació d'entrebanc, tenint en compte que disposaven de l'ajuda de la base d'orientació.

a) Manca de comprensió



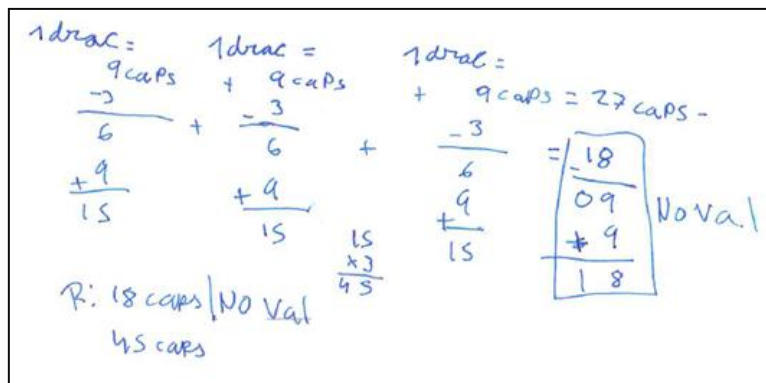
Exemple de manca de comprensió: en aquest cas, es fa explícita la situació de manca de comprensió. S'exposa per què no s'entén, alhora que es descriu com es creu que s'ha d'actuar de manera conseqüent.

b) Representacions inadequades



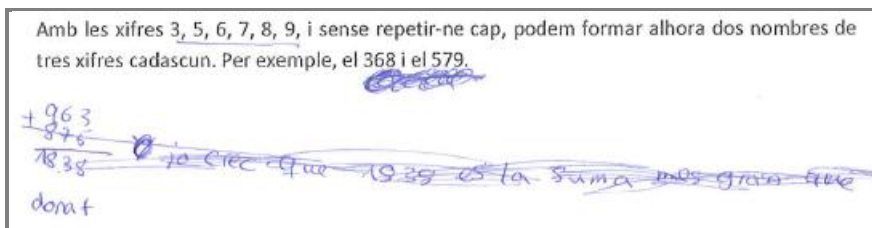
Exemple de representació inadequada: es parteix d'un número erroni de caps, que es rectifica amb una nova representació i anotant, alhora, que la primera representació no és vàlida.

c) Estratègia inadequada



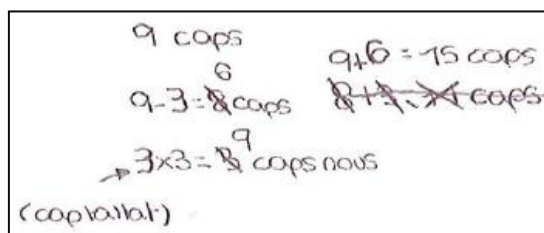
Exemple d'estratègia inadequada: es rectifica l'estratègia inicial aplicada fent explícit el que no es vol que sigui considerat finalment en la resolució i aplicant una segona estratègia, tot aprofitant el que li serveix de la primera.

d) Dades o raonaments inapropiats



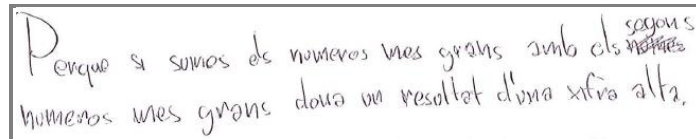
Exemple de dades o raonaments inapropiats: de la selecció inicial de dades numèriques mitjançant el subratllat, es conclou que els dos nombres que es proporcionen d'exemple no són dades rellevants per a la resolució del problema i s'elimina el seu subratllat.

e) Errors d'aplicació

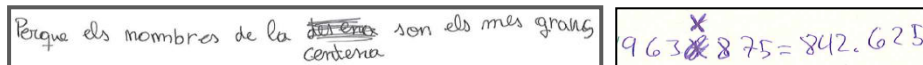


Exemple d'error d'aplicació: es comet un error en determinar el valor de la diferència i un altre en determinar el valor del producte. Ambdós errors són arrossegats a l'operació següent, la suma. Posteriorment els dos errors són detectats i corregits, alhora que s'actua de manera conseqüent, rectificanc la suma successiva.

f) Explicacions imprecises



Exemple d'explicació imprecisa en l'expressió escrita: s'identifica una anticipació de paraules que es corregeix afegint la paraula que mancava i fent explícita la no consideració de la paraula anticipada.



Exemples d'explicació imprecisa en l'ús del llenguatge matemàtic: observem un primer exemple on hi ha hagut una confusió entre els termes matemàtics “desena” i “centena”; i un segon exemple, on es veu la rectificació d'un operador, d'acord amb l'operació realment efectuada.

Amb l'anàlisi de les resolucions de l'alumnat implicat, i en concret, dels moments en què hem detectat algun factor d'encallament hem observat que els alumnes no només han estat capaços de detectar punts de bloqueig o d'error, sinó d'esforçar-se en rectificar-los i, en major part, de manera satisfactòria. Notem, així, com considerar la dimensió dedicada al bloqueig i a l'error propicia la bona acceptació dels entrebancs en el sentit que ajuda no només a detectar-los, sinó a corregir-los. Per això, però, observem que es fa imprescindible que l'alumnat desenvolupi per escrit tot allò que pensa, de la manera més clara possible i sense eliminar cap dels seus pensaments, raonaments o estratègies, per tal que puguin ser percebuts posteriorment (d9).

Per altra banda, percebem la classificació de les sis situacions d'entrebanc obtinguda (Taula 3) com la guia per ajudar a afrontar una situació de bloqueig o d'error quan no es té (encara) la capacitat de fer-se per un mateix, esdevenint així el fonament o la justificació per a una (sub)base d'orientació lligada a la dimensió estudiada, d7. *Si no me'n surto, detecto on em bloquejo o m'equivoco i aplico una nova estratègia (amb tot el que necessiti)*. En definitiva, es tracta d'una ampliació, d'un rebastiment, a la base d'orientació envers la dimensió dedicada a detectar i afrontar situacions d'entrebanc (d7), concebuda especialment per aquells alumnes que encara no han interioritzat aquesta dimensió (d7) i, per tant, necessiten suport per afrontar-la i adquirir-la.

5. Què concloem?

Amb l'anàlisi de la dimensió dedicada al bloqueig i l'error de la base d'orientació utilitzada, hem identificat l'existència de sis situacions diferents en què els alumnes, com a *resolutors* dels problemes, es poden veure entrebancats. A més, hem notat que, en la majoria dels casos analitzats, el fet d'utilitzar la base d'orientació durant la resolució del problema els ha permès identificar la situació personal d'entrebanc que els afectava, alhora que revisar el seu estat, tot propiciant la recerca d'una alternativa que, de manera generalitzada, ha suposat una resolució satisfactòria del problema.

Aquestes evidències confirmen la necessitat que, fins que els alumnes així ho interioritzin, la base d'orientació destinada a guiar la resolució d'un problema, ha de contemplar una dimensió específica per a la revisió del tradicional "error" o del temut "bloqueig" (més enllà d'una revisió de la tasca realitzada), alhora que promou que els alumnes deixin per escrit totes les seves idees i propostes, sense esborrar els intents que considerin inoportuns. Només així serà possible una posterior lectura de la resolució, i, conseqüentment, poder interpretar i entendre els procediments i decisions portats a terme. Serà llavors quan es podran identificar i reconèixer situacions d'entrebanc. Aquesta dinàmica és la que, finalment, permetrà a l'alumnat que resol el problema amb la base d'orientació, indagar per trobar una alternativa, generalment satisfactòria, en lloc del comú i malauradament estès abandonament de la resolució del problema que s'està desenvolupant. Alhora, permet al docent, identificar i conèixer amb més profunditat les mancances i necessitats de cada alumne per poder actuar de manera conseqüent.

En aquest sentit, la identificació d'aquestes sis situacions d'entrebanc esdevé el punt de partida per a possibles ampliacions de la base d'orientació considerada, especialment per aprofundir el reconeixement de la naturalesa i l'enfrontament als possibles entrebancs. En altres paraules, entenem que la classificació obtinguda esdevé en si mateixa una particular base d'orientació dedicada a guiar i organitzar específicament l'enfrontament a les situacions d'entrebanc quan encara no s'ha interioritzat aquesta dimensió específica dedicada als entrebancs, proporcionant així un rebastiment a la base d'orientació inicial.

Per altra banda, aquesta mateixa complexitat en els tipus d'entrebancs confirma la naturalesa cíclica del procés de resoldre un problema (De Corte et al., 2000) que havíem observat en descriure la base d'orientació. Cada tipus d'entrebanc requereix una detecció i revisió particular i, per tant, una rectificació o correcció molt específica del procés identificat. Es confirma així que la resolució un problema és una dinàmica complexa, en cap cas lineal, que requereix de temps, reflexió i dedicació.

Concloem amb la ratificació de la necessitat de promoure la revisió dels entrebancs en tota base d'orientació. Si bé amb la base d'orientació es pot promoure que l'alumne deixi per escrit qualsevol situació que comporta entrebanc, alhora que es possibilita la detecció i acceptació del moment on es produeix l'entrebanc, la lectura posterior d'aquesta dinàmica dona als docents, però també al propi alumnat, la màxima informació per poder avaluar i, en conseqüència, (re)bastir la base d'orientació en funció de les mancances observades d'acord amb Sanmartí (2010).

5. Nota dels autors

L'experiència compartida amb aquesta comunicació forma part del projecte de tesi doctoral *La competència matemàtica. Caracterització d'activitats d'aprenentatge i d'avaluació en la resolució de problemes en l'etapa obligatòria* que s'està realitzant en el marc del programa de doctorat en Educació Matemàtica de la Universitat Autònoma de Barcelona. Per aquesta publicació, la doctoranda Joana Villalonga Pons consta com a primera autora i el seu director, Jordi Deulofeu Piquet, com a segon autor.

S'agraeix als docents implicats el seu interès, temps i dedicació invertits en el projecte, sense la col·laboració dels quals no hauria estat possible portar-lo a terme.

6. Bibliografia

Direcció General d'Educació Infantil i Primària. Departament d'Ensenyament. Generalitat de Catalunya, *Competències bàsiques en l'àmbit matemàtic. Identificació i desplegament a l'educació primària* [Publicació electrònica] Burgués, C., Sarramona, J. (Coords.) 1a edició. Barcelona: Servei de Comunicació i Publicacions. Gener de 2013

<http://ensenyament.gencat.cat/web/.content/home/departament/publicacions/colleccions/competencies-basiques/primaria/prim-matematic.pdf> [maig 2016]

Direcció General d'Educació Secundària Obligatòria i Batxillerat. Departament d'Ensenyament. Generalitat de Catalunya. *Competències bàsiques en l'àmbit matemàtic. Identificació i desplegament a l'educació secundària obligatòria* [Publicació electrònica] Burgués, C., Sarramona, J. (Coords.) 2a edició. Barcelona: Servei de Comunicació i Publicacions. Novembre de 2015.

<http://ensenyament.gencat.cat/web/.content/home/departament/publicacions/colleccions/competencies-basiques/eso/eso-matematic.pdf> [maig 2016]

De Corte, E., Verschaffel, L. *El desarrollo de habilidades de autoregulación en la solución de problemas matemáticos*. *Pensamiento Educativo*, 2003, 32, 286-305.

FEEMCAT, SCM, CESIRE-CREAMAT *Problemes a l'esprint: Activitat en línia. Cicle superior de primària*. [Activitat en línia] Gomà, A. (Coord.) 1a edició, Barcelona. 19 de febrer de 2008.

<http://www.xtec.cat/~agoma/actimates/2008prim/> [maig 2016]

2n problema: <http://www.xtec.cat/~agoma/actimates/2008prim/bverd.htm> [maig 2016]

Mason, J., Burton, L., Stacey, K. *Thinking Mathematically*. 2a edició. Harlow: Pearson Education Limited. 2010.

Niss, M.; Tomas, H. *Competencies and Mathematical Learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. Edició anglesa. Roskilde: IMFUFA. 2011

Sanmartí, N. *Avaluar per aprendre. L'avaluació per millorar els aprenentatges de l'alumnat en el marc del currículum per competències* [Publicació electrònica] 1a edició. Barcelona: Generalitat de Catalunya. Dept. d'Educació. DG de l'educació Bàsica i el Batxillerat. Novembre de 2010.

http://xtec.gencat.cat/web/.content/alfresco/d/d/workspace/SpacesStore/0024/fc53024f-626e-423b-877a-932148c56075/avaluar_per_aprendre.pdf [maig 2016]

Sanmartí, N. *Evaluar para aprender: 10 ideas clave*. 1a edició, 6a impressió: Barcelona: Graó. 2014.

Schoenfeld, A. H. What is Mathematical Proficiency and How Can It Be Assessed? *Assessing Mathematical Proficiency*. MSRI Publications, 2007, 53, 59-73

Villalonga Pons, J., Deulofeu Piquet, J. La base de orientación en la resolución de problemas. *Actas JAEM 2015*. [Publicació electrònica] 1a edició. Murcia: FESPM - SEMRM, 2016. p. 36.

<http://17jaem.semrm.com/aportaciones/n68.pdf> [maig 2016]