

Una activitat docent per introduir la programació lineal en estudis d'Enginyeria de Biosistemes i Agroalimentària a través de problemes de dietes, planificació i produccions

Mònica Blanco¹, Marta Ginovart²


¹ Departament de Matemàtiques, Universitat Politècnica de Catalunya, monica.blanco@upc.edu

² Departament de Matemàtiques, Universitat Politècnica de Catalunya, marta.ginovart@upc.edu

Resum de la comunicació

L'optimització de funcions lineals amb restriccions lineals sobre les seves variables, o programació lineal, és un dels continguts dels fonaments matemàtics que s'imparteixen en els quatre graus d'Enginyeria de Biosistemes i Agroalimentària que es poden cursar a l'Escola Superior d'Agricultura de Barcelona de la Universitat Politècnica de Catalunya. L'objectiu d'aquesta contribució és presentar una activitat d'aula per introduir els fonaments de la programació lineal i aplicar-los a problemes de l'àmbit de l'Enginyeria de Biosistemes i Agroalimentària. Aquesta activitat s'ha dissenyat utilitzant dues estratègies de resolució diferents: 1) en el cas d'una funció lineal de dues variables, a partir de la representació gràfica del conjunt regió factible, s'estudia el comportament de la funció objectiu sobre aquest conjunt per trobar l'òptim; 2) fent ús de diversos programaris o recursos informàtics.

PARAULES CLAU: Programació lineal, optimització, enginyeria de biosistemes i agroalimentària.

Aquests materials estan sota una llicència Creative Commons 4.0 Internacional del tipus 

1. Introducció

Des de 2009, l'Escola Superior d'Agricultura de Barcelona (ESAB) de la Universitat Politècnica de Catalunya (UPC) ofereix quatre graus d'Enginyeria de Biosistemes: Enginyeria Agrícola, Enginyeria Agroambiental i del Paisatge, Enginyeria Alimentària i Enginyeria de Sistemes Biològics. Els dos primers anys dels quatre graus tenen una sèrie d'assignatures obligatòries comunes, de 6 ECTS cadascuna. Fonaments de Matemàtiques 1 (FM1) i Fonaments de Matemàtiques 2 (FM2) a primer curs, i Estadística, a segon curs, pertanyen a aquest grup d'assignatures comunes als quatre graus. D'altra banda, a tercer curs els estudiants del grau d'Enginyeria de Sistemes Biològics han de cursar l'assignatura Programació i Resolució de Problemes a l'Enginyeria (PRPE), de l'àmbit matemàtic. Convé indicar aquí que el perfil essencialment biològic de l'ESAB explica, en gran part, el poc interès dels estudiants per les assignatures de les àrees de matemàtiques i estadística i, en conseqüència, l'índex baix d'aprovat d'aquestes matèries, especialment a primer curs (Blanco i Ginovart, 2012). Per millorar els resultats de l'aprenentatge i afavorir la motivació dels estudiants cal dissenyar activitats relacionades amb l'àmbit de l'Enginyeria de Biosistemes i Agroalimentària, és a dir, cal integrar exemples d'aquest àmbit dins dels cursos de matemàtiques. Per crear activitats d'aprenentatge interdisciplinàries eficients s'han de desenvolupar nous materials, a partir de nous enfocaments. En aquest sentit la tecnologia ofereix bones oportunitats per fomentar el procés d'aprenentatge, especialment pel que fa a la resolució de problemes (Bio 2010). Com indica Ginovart (2014, 2016), és un repte enllaçar conceptes i eines matemàtics amb idees biològiques, repte que es pot assolir aprofitant les eines computacionals al nostre abast.

L'optimització de funcions lineals amb restriccions lineals sobre les seves variables, o programació lineal, és un dels continguts del bloc Optimització de l'assignatura FM1 que s'imparteix en els quatre graus d'Enginyeria de Biosistemes i Agroalimentària que es poden cursar a l'ESAB (primer quadrimestre). Els continguts del bloc Optimització contribueixen a la formació bàsica matemàtica dels estudiants, especialment pel que fa a la manipulació de funcions reals i a l'estudi del càlcul diferencial, d'una i de diverses variables. El bloc d'Optimització també proporciona als estudiants eines matemàtiques bàsiques per superar altres assignatures, així com per afrontar el seu futur com a enginyers des del punt de vista instrumental (Pelayo et al, 2007). Dins del bloc d'Optimització, l'estudi de la programació lineal és essencial en l'àmbit de l'enginyeria de biosistemes i agroalimentària, per exemple, per a la planificació de producció d'indústries alimentàries i d'instal·lacions per biosistemes, la planificació de conreus, assignació òptima de recursos en explotacions agrícoles o ramaderes, formulació de dietes, o repartiment de productes des de l'origen de producció a la destinació de consum. De fet, la programació lineal és una eina que els estudiants de l'ESAB utilitzen en assignatures de cursos superiors, com Disseny d'Indústries Alimentàries, Disseny d'Instal·lacions per a Biosistemes, o Sistemes de Producció Vegetal. Tanmateix, s'ha de tenir en compte que l'estudi de la programació lineal presenta certes dificultats a l'hora de fomentar la seva utilització: l'estructura matemàtica i els algorismes en què es basa la programació lineal, que dificulten l'aplicació pràctica, des del punt de vista didàctic; i el plantejament de

problemes de programació lineal "reals", que pot esdevenir una tasca llarga i feixuga (Clop i Juárez, 2003). L'objectiu d'aquesta contribució és presentar una activitat d'aula per introduir els fonaments de la programació lineal, intentant minimitzar les dificultats esmentades, i aplicar-los a problemes de l'àmbit de l'Enginyeria de Biosistemes i Agroalimentària.

L'activitat descrita permet assolir les dues competències específiques de l'assignatura FM1:

1. *Capacitat per la resolució dels problemes matemàtics que es puguin plantejar a l'enginyeria*: no només s'han d'introduir els conceptes bàsics de la programació lineal, sinó que també cal relacionar-los amb les aplicacions pràctiques que els estudiants veuran en altres matèries i en cursos superiors.

2. *Coneixements bàsics sobre l'ús i programació dels ordinadors, sistemes operatius, bases de dades i programes informàtics amb aplicació en enginyeria*: per resoldre problemes de programació lineal amb funcions de més de dues variables cal utilitzar programari adient. En l'activitat proposada es treballa amb dos programes, que l'estudiant ha d'aprendre a utilitzar i, a més, a valorar, per decidir en cada moment quina és la millor forma o estratègia a seguir per a resoldre un problema donat.

D'altra banda, l'assignatura PRPE atén a finalitats formatives generals, centrant els objectius a generar en els estudiants capacitats per a l'aprenentatge i a fomentar actituds de valoració de la idoneïtat i utilitat dels models, algorismes i procediments informàtics, a un nivell més avançat que a les assignatures de fonaments matemàtics cursades en la fase inicial. Principalment l'assignatura PRPE proporciona als estudiants coneixements bàsics sobre programació. Es pretén que els estudiants coneguin les eines bàsiques per a l'ús i aprofitament dels ordinadors i dotar-los dels coneixements necessaris per emprar la informàtica com a eina bàsica de treball en l'àmbit de l'enginyeria de biosistemes. En aquest sentit, l'activitat que es proposa en aquesta contribució està en consonància amb una de les competències específiques de l'assignatura PRPE: *Eines de programació per a la resolució de problemes d'enginyeria i bioprocessos*. Ateses les competències i objectius d'aquesta assignatura, es va considerar que també seria interessant implementar l'activitat en aquest context.

L'activitat proposada va ser implementada el curs 2015-2016 com a pràctica informàtica, i va ser realitzada per 159 estudiants (d'un total de 220 matriculats) a l'assignatura de FM1, i per 43 estudiants (dels 49 matriculats) a l'assignatura de PRPE.

2. Descripció de l'activitat desenvolupada

La programació matemàtica lineal en variables contínues té com a finalitat determinar els valors que maximitzen o minimitzen una funció lineal, amb diverses variables reals, en el conjunt A de punts definit per una sèrie de restriccions lineals (d'igualtat o de desigualtat). Un problema de programació lineal es pot resoldre de diverses maneres:

1. Mètode gràfic, únicament, en el cas de tenir funcions de dues variables es troba i es pot dibuixar el conjunt A , o regió factible definida per aquells punts del pla que verifiquen les restriccions lineals, i s'estudia la funció sobre aquest conjunt per veure on assoleix (o no) el seu màxim absolut i/o el seu mínim absolut.
2. Algorisme mecànic conegut amb el nom de mètode del símplex que requereix d'una notació matricial o de dades disposades en forma de taula, i que mitjançant una sèrie de comprovacions passa d'un punt a un altre, avançant en la consecució de la solució (el punt o conjunt de valors per a les variables que donen lloc al òptim de la funció considerada).
3. Utilització de programari específic com, per exemple, l'eina SOLVER del full de càlcul EXCEL, o l'eina Solucionador de Calc de LibreOffice, o programes orientats a la resolució de problemes matemàtics (com Maple, Mathematica o Macsyma).

El material elaborat per desenvolupar l'activitat (veure l'Annex) comença introduint el plantejament general de la programació lineal i les definicions bàsiques: funció objectiu, restriccions (d'igualtat i de desigualtat), regió factible i el teorema fonamental que permet garantir l'existència de la solució sota certes consideracions. A continuació, en una primera part de l'activitat es presenta un problema simple on es vol maximitzar els beneficis mantenint un determinat pla de producció, organitzant de la millor manera possible tots els recursos disponibles per dur a terme aquesta producció. Això condueix a la formulació d'un problema d'optimització per una funció lineal de dues variables amb un conjunt de restriccions lineals sobre aquestes dues variables, pel qual es pot utilitzar dues estratègies de resolució diferents. Entendre la situació a tractar, el problema que es planteja, i modelitzar-lo, és a dir, expressar-lo en termes matemàtics, per després resoldre'l quantitativament, es la primera tasca a realitzar. Un cop formulat el problema, es a dir traduït en llenguatge matemàtic l'enunciat que contextualitza una determinada producció en un marc específic amb limitacions, es passa a la seva resolució. La primera estratègia de resolució consisteix en fer la representació gràfica del conjunt regió factible i estudiar el comportament de la funció objectiu sobre aquest conjunt per trobar l'òptim. D'aquesta manera s'introdueixen els conceptes bàsics i resultats rellevants de la programació lineal. La segona estratègia de resolució passa per l'ús de programari o recurs informàtic, en dos àmbits de treball diferents:

- i) Amb l'eina SOLVER del full de càlcul Microsoft EXCEL, o l'eina Solucionador de Calc de LibreOffice. En ambdós casos, es tracta d'un complement del full de càlcul, que no està actiu per defecte i que s'ha d'instal·lar per dur a terme l'activitat proposada.
- ii) Amb el programari matemàtic Maple, desenvolupat i distribuït per Maplesoft. Maple és un programa orientat a la resolució de problemes matemàtics, capaç de realitzar càlculs simbòlics, algebraics i d'àlgebra computacional. És un dels programes que es treballen a les pràctiques informàtiques de les assignatures FM1 i FM2, i que també s'utilitza en activitats diverses a l'assignatura de PRPE.

En la segona part de l'activitat es proposaven quatre problemes d'aplicació lligats a l'àmbit de Biosistemes i Agroalimentària, com, per exemple, planificació de producció d'indústries alimentàries i d'instal·lacions per biosistemes (Problemes 1 i 4), assignació òptima de recursos en explotacions agrícoles o ramaderes (Problema 2) i formulació de dietes (Problema 3). Aquests problemes involucren funcions de més de dues variables, la qual

cosa implica que els estudiants han de formular matemàticament i resoldre les diferents situacions plantejades necessàriament amb el suport del programari matemàtic o del full de càlcul, justificant i potenciant així el suport computacional que es troba a l'abast de l'estudiant en el laboratori informàtic o en el seu propi ordinador. Hi havia un cinquè problema sense contextualitzar, on es proposava trobar els extrems d'una funció lineal de dues variables, que possibilitava el insistir en l'opció de resolució gràfica. Després de l'enunciat dels problemes, al material dels estudiants de PRPE es va afegir informació complementària, sobre altres opcions d'optimització del Maple i altres eines informàtiques amb les que es poden resoldre problemes de programació lineal.

Un cop resolt els problemes proposats, i al final de la sessió, a la mateixa aula informàtica, els estudiants van haver de contestar un qüestionari Moodle disponible a Atenea (el campus virtual de la UPC). Es tractava d'un qüestionari amb cinc qüestions de resposta múltiple, una qüestió per cadascun dels cinc problemes proposats. La generació dels qüestionaris era de forma aleatòria, cada una de les cinc qüestions era triada aleatòriament a partir de quatre o cinc qüestions prèviament preparades per a cada problema de l'activitat. Per exemple, per al Problema 1 es van preparar les qüestions següents:

Qüestió 1:

- La funció benefici assoleix un màxim amb 8 bótes de tipus A i 2 bótes de tipus B.
- La funció benefici assoleix un màxim amb 2 bótes de tipus A i 8 bótes de tipus B.
- La funció benefici assoleix un màxim quan el nombre de bótes de tipus A és igual al nombre de bótes de tipus B.
- Cap de les respostes donades és certa.

Qüestió 2:

- La regió factible és un conjunt no fitat superiorment.
- El benefici és màxim quan no es produeix cap bóta de tipus A.
- El benefici com a mínim val 280.
- La regió factible és un conjunt compacte.

Qüestió 3:

- La funció benefici assoleix un màxim quan el nombre de bótes de tipus A és igual al nombre de bótes de tipus B.
- La funció benefici assoleix un màxim amb 6 bótes de tipus A i 4 bótes de tipus B.
- La funció benefici assoleix un màxim amb qualsevol nombre de bótes de tipus A.
- Cap de les respostes donades és certa.

Qüestió 4:

- El benefici màxim és 1000.
- El benefici màxim és 280.
- No podem conèixer el valor del benefici màxim.
- Cap de les respostes donades és certa.

A més, en finalitzar el qüestionari, a l'assignatura PRPE es va fer una pregunta oberta on es demanava als estudiants que valoressin les eines informàtiques emprades: "Quina opció prefereixes per resoldre un problema de Programació Lineal, l'Excel o el Maple? Justifica la teva resposta. Indica un avantatge (o característica favorable) i un

desavantatge (o característica desfavorable) de la resolució amb Excel. Indica un avantatge (o característica favorable) i un desavantatge (o característica desfavorable) de la resolució amb Maple.”

3. Discussió i resultats

La Figura 1 mostra les qualificacions del qüestionari de la pràctica de FM1 i la Figura 2 les corresponents a PRPE. Val a dir que, tot i que els continguts d'optimització de funcions de diverses variables reals s'havien explicat a les classes teòriques de FM1, els problemes de programació lineal es van introduir exclusivament a la pràctica informàtica on es va implementar l'activitat proposada. En el cas de PRPE suposadament els estudiants estaven familiaritzats amb el contingut de programació lineal ja que havien estudiat el seu concepte teòric a primer curs. Això clarament explica que les qualificacions de PRPE siguin una mica més altes (mitjana = 6.51, desviació típica de la mitjana = 0.42) que les obtingudes a FM1 (mitjana = 4.64, desviació típica de la mitjana = 0.17), a més a més de la maduresa que es pressuposa als estudiants de tercer curs. Les medianes corresponents a aquests dos grups de qualificacions FM1 i PRPE (4 i 6 respectivament) han resultat ser significativament diferents (p-valor = 0.006). De fet l'histograma de qualificacions de PRPE presenta una clara distribució esbiaixada cap a l'esquerra (Figura 2) i molt diferent a una distribució gaussiana. Tot i que els coeficients de variació en els dos casos són similars (47.3% i 41.9% respectivament), el diagrama de caixa de les notes de FM1 (Figura 1) presenta moltes dades atípiques, probablement degut al fet que FM1 és una assignatura de fase inicial que actua com a filtre el primer any.

La distribució de qualificacions per Problema no ha estat la mateixa en les dues assignatures. Pel que fa a FM1, aproximadament el 70% dels estudiants van contestar correctament els Problemes 1 i 5, amb un 30% de respostes incorrectes. Els Problemes 2 i 4 van tenir una proporció molt alta de respostes incorrectes (60% aproximadament), i al voltant de 15% de respostes en blanc. En el cas del Problema 3, la meitat dels estudiants van contestar de forma correcta i l'altra meitat, no. En canvi, un 90% dels estudiants de PRPE van contestar correctament els Problemes 1 i 2, amb un 10% de respostes incorrectes. La proporció de respostes incorrectes en els Problemes 3, 4 i 5 es manté per sota del 15%, però la proporció de respostes correctes no supera el 50% la qual cosa, per tant, es complementa amb una proporció de respostes en blanc elevada, entre 30 i 50%, per aquest tres problemes. De cara a una futura implementació de l'activitat descrita convindria analitzar les possibles raons d'aquests resultats. No obstant, en el cas de PRPE es pot avançar, que si els estudiants no tenien una certa confiança amb la resposta que havien de donar a la qüestió del qüestionari optaven per no contestar i deixar en blanc la resposta (en lloc d'aventurar una resposta incerta com molts dels estudiants de FM1 suposem que varen fer, ja que el major percentatge de resposta en blanc va ser del 15%).

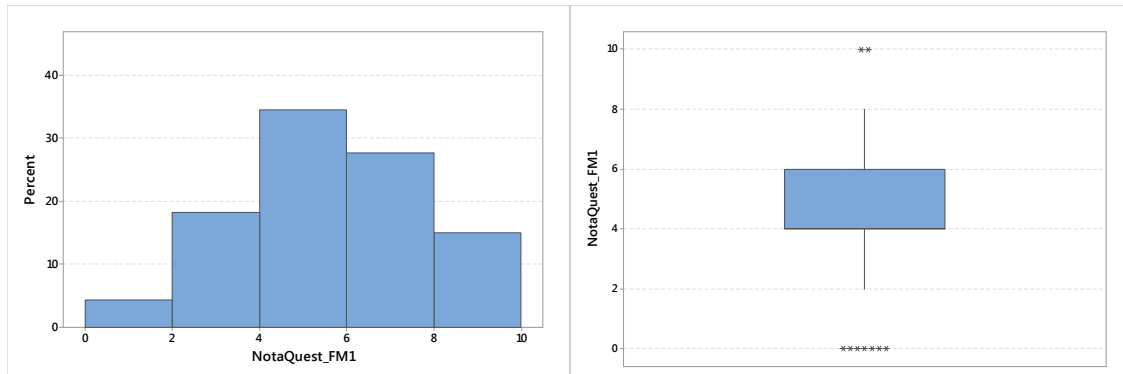


Figura 1. Histograma i diagrama de caixa de les notes del qüestionari d'FM1.

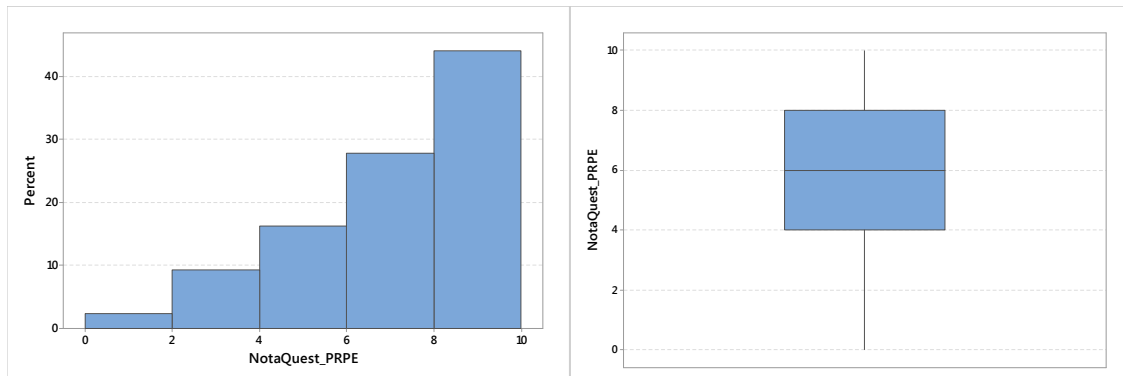


Figura 2. Histograma i diagrama de caixa de les notes del qüestionari de PRPE.

A partir de la implementació d'aquesta activitat, hem pogut valorar diversos aspectes del programari emprat, i comparar els seus avantatges i desavantatges. Al nostre entendre, el principal avantatge de l'eina Solver de l'Excel (o del Solucionador de Calc de LibreOffice) és la transparència, la versatilitat i l'àmplia disponibilitat dels fulls de càlcul en general, dins i fora del món universitari (o acadèmic). En el cas particular de la programació lineal, els estudiants han de plantejar el problema i introduir les dades seguint el procés que seguirien si apliquessin el mètode de símplex, pas a pas. De fet, El-Gebeily i Yushau (2008) descriuen dues estratègies per resoldre problemes de programació lineal amb l'Excel: una amb l'eina Solver, i l'altra a partir de les eines matricials disponibles. Com a desavantatge podríem assenyalar que la representació gràfica (en el cas de 2 variables) no és automàtica, els estudiants haurien de construir pas a pas cada restricció lineal, essent per tant un procés laboriós.

Al contrari que l'Excel, el programa Maple ajuda a visualitzar la regió factible (en el cas de 2 variables) molt més fàcilment i permet abordar problemes més complexos. Tot i que no dissenyats inicialment com a eines d'ensenyament matemàtic, els anomenats sistemes d'àlgebra computacional (com Maple, Mathematica o Macsyma) han esdevingut eines molt potents a l'aula de matemàtiques en els darrers vint anys (Güyer, 2008). Així, per exemple, s'han fet estudis on s'exploren els efectes de la utilització d'aquest tipus de programari per aprendre càlcul (Palmiter, 1991). Com a aspecte negatiu, podríem destacar que la utilització del programa Maple implica saber manipular el llenguatge de programació. Tanmateix, en el cas de FM1 els estudiants havien desenvolupat prèviament cinc pràctiques informàtiques amb Maple, amb la qual cosa es pot assumir que estaven

familiaritzats amb el programa. A més, en el cas de PRPE, la part corresponent a l'ús del Maple els va ajudar a aprofundir en les seves capacitats de programació i explorar altres opcions que el Maple ofereix en el camp de l'optimització. En aquest sentit, als estudiants de PRPE se'ls va demanar que valoressin els dos recursos utilitzats, full de càlcul i Maple. Majoritàriament, sembla que l'entorn preferit pels estudiants és l'Excel. A continuació destaquem algunes de les respostes obtingudes, que en molts casos coincideixen amb les impressions recollides pel professorat que ha dissenyat i implementat l'activitat:

Estudiant 1:

Personalment prefereixo l'Excel. Crec que és més visual i es pot entendre millor el problema en estructurar-lo un mateix en files i columnes, i veure clarament les funcions que s'han de realitzar per trobar la resposta. Un desavantatge és que és un programari menys potent que el Maple, per exemple en el Problema 3, el Solver de l'Excel deia que no era capaç de trobar un valor que seguís amb tots els requisits, a diferència de Maple que en va donar la resposta sense problemes. Clarament Maple és més ràpid, s'ha d'escriure menys i dona respostes a optimitzacions més complexes. A més també podem dibuixar el gràfic del conjunt factible, i veure si aquest és compacte o no, i quins són els seus vèrtexs de forma gràfica. D'altra banda, tal com s'ha mencionat abans no es veu tan clarament les operacions que fa per arribar al valor mínim o màxim. Per exemple l'operació suma-producte, o el valor de l'excedent (diferència entre el límit imposat i el valor escollit) queden amagats rere el programari de Maple.

Estudiant 2:

Prefereixo el Maple, ja que considero que ens permet treballar de manera més àgil i ràpida. L'Excel ens va bé perquè ens permet canviar les variables del nostre sistema de manera fàcil, i un desavantatge és que introduir les inequacions i diferents paràmetres és força lent en comparació amb el Maple. Pel que fa al Maple, aquest ens permet treballar de manera més visual, ja que introduïm les equacions i inequacions directament en canvi l'Excel calcula a través de una aplicació (Solver), ara bé un desavantatge és que considero que és més fàcil produir un error de comandes o d'escriptura de les equacions i inequacions, dins del llenguatge del Maple.

Estudiant 3:

Al principi pensava que resoldre un problema amb el Maple seria més senzill. El problema és que en tenir una petita equivocació amb una coma, un punt, etc. dona error i no pots tirar endavant l'exercici. Tot i que sí crec que és més simple l'execució. Després m'he passat a l'Excel, ja que no podia avançar amb el Maple, i el fet de plantejar el problema és més complex, però un cop ho has fet és molt visual i pots veure si t'has equivocat o no. Utilitzant totes dues és una bona combinació per a resoldre problemes, ja que quan t'estanques amb una l'altra et dona un cop de mà.

Finalment, també cal remarcar que els dos entorns informàtics utilitzats presenten algunes mancances a nivell matemàtic, com, per exemple, el fet de que no puguin resoldre problemes amb extrems múltiples, detectant únicament un punt extrem. Aquests casos s'haurien d'estudiar analíticament, o bé aprofundint en el mètode del símplex, la qual cosa requeriria del disseny d'altres tipus de tasques per complementar l'activitat presentada.

4. Conclusions

L'activitat dissenyada proposava l'estudi de diversos exemples de situacions contextualitzades, en un entorn d'aplicació real, que es podien formular matemàticament per encaixar amb una tipologia de problemes d'optimització resolubles amb suport informàtic com es el de la programació lineal. D'aquesta manera es volia afavorir l'aprenentatge i motivació dels estudiants de primer curs de l'assignatura FM1 de l'ESAB. A partir dels resultats obtinguts, creiem que la implementació de l'activitat ha permès connectar de manera satisfactòria l'optimització de funcions lineals amb restriccions lineals amb matèries pròpies de l'àmbit de l'Enginyeria de Biosistemes i Agroalimentària. A més, ha servit per assolir o complementar alguna de les competències, de nivell més avançat, dels estudiants de tercer curs de l'assignatura PRPE.

Valorem molt positivament la participació dels estudiants de PRPE, ja que ens ha permès conèixer quina és la seva percepció sobre els recursos informàtics emprats, full de càlcul i programari matemàtic, per resoldre aquests problemes de programació lineal. La valoració per part dels estudiants també ens ha servit per corroborar la visió del professorat implicat en l'activitat.

5. Bibliografia

Bio 2010. *Transforming undergraduate education for future research biologists. Committee on Undergraduate Biology Education to Prepare Research Scientists for the 21st Century, National Research Council.* Washington, D.C.: The National Academies Press, 2003. Disponible a <http://www.nap.edu/openbook.php?isbn=0309085357>. Data de consulta: 30/05/2016.

Blanco, M., Ginovart, M. Los cuestionarios del entorno Moodle: su contribución a la evaluación virtual formativa de los alumnos de matemáticas de primer año de las titulaciones de Ingeniería. A: Aprendizaje virtual de las matemáticas [monográfico en línea]. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento (RUSC)*. Barcelona: UOC, 2012, 9 (1). Disponible a <http://rusc.uoc.edu/ojs/index.php/rusc/article/view/v9n1-blanco-ginovart/v9n1-blanco-ginovart>. Data de consulta: 30/05/2016

Clop, M. M., Juárez, F. *Programació lineal per a l'enginyeria agrària: casos pràctics*. Lleida: Edicions de la Universitat de Lleida, 2003. ISBN 84-8409-925-3

El-Gebeily, M., Yushau, B. Linear system of equations, matrix inversion, and linear programming using MS Excel. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 2008, 39 (1), pp. 83-94

Ginovart, M. Discovering the power of individual-based modelling in teaching and learning: the study of a predator-prey system. *Journal of Science Education and Technology*. 2014, 23, pp. 496-513

Ginovart, M. A Classroom Activity to Work with Real Data and Diverse Strategies in Order to Build Models with the Help of the Computer. 2016 (*Submitted*)

Güyer, T. Computer Algebra Systems as the Mathematics Teaching Tool. *World Applied Sciences Journal*. 2008, 3 (1), pp. 132-139

Palmiter, J. R. Effects of Computer Algebra Systems on Concept and Skill Acquisition in Calculus. *Journal for Research in Mathematics Education*. 1991, 22 (2), pp. 151-156

Pelayo, I., Blanco, M., Ginovart, M. Propuestas y sugerencias para un proyecto docente de un módulo de fundamentos matemáticos: hacia la integración de las ingenierías técnicas en el marco del Espacio Europeo de Educación Superior. A: Martín, M. A., García, J. M. (eds.). *Libro de actas del 15º Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas*. Valladolid: Universidad de Valladolid, 2007, pp. 979-988. ISBN 978-84-690-7547-0