

## Un exemple d'ABP: Càlcul sobre rodes

**Persona o persones inscrites al Congrés que presenten la comunicació:**

**Encarna Corral Navas<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> FEDAC Cerdanyola, 08290 Cerdanyola del Vallès, ecorral@fedac.cat

### Resum de la comunicació

El projecte «Càlcul sobre rodes» és un projecte interdisciplinar, on intervenen les àrees de llengua, educació física, tecnologia i matemàtiques, adreçat als estudiants de 2n ESO, i on la finalitat és treballar les matemàtiques a través del context d'una sortida en bicicleta i que conclou amb una exposició oral de la proposta de cada grup d'alumnes. S'imparteix durant 1 hora setmanal de la matèria de matemàtiques al llarg dels tres trimestres.

**PARAULES CLAU:** Aprenentatge basat en projectes, treball cooperatiu, projecte interdisciplinari

Aquests materials estan sota una llicència Creative Commons 4.0 Internacional del tipus 

## Justificació de l'ABP

Fins al dia d'avui, tots els professors intentem fer que els nostres alumnes s'estimin la nostra matèria com nosaltres ens l'estimem, i, els de matemàtiques, no en som una excepció. La majoria de docents hem utilitzat a les nostres aules el mètode "tradicional": fer que aprenguin les matemàtiques a partir d'unes classes magistrals i, a continuació, dedicar una gran quantitat de temps a fer quants més exercicis i problemes millor a partir d'un llibre, (en format paper o digital) per acabar amb un examen on la nota final era l'únic que tenia valor (és clar, són matemàtiques!). Quantes vegades hem sentit dels nostres alumnes "a mi no se'm donen bé les mates" i "això per a què serveix?"...les matemàtiques estaven deslligades de la seva realitat. Aquesta situació els provocava desmotivació o, fins i tot, rebuig a l'aprenentatge de la matèria.

La dificultat dels nostres alumnes a l'hora de raonar els problemes, la poca motivació a participar durant les classes i la inseguretat a exposar les seves idees davant tot el grup, ens ha portat a canviar la metodologia emprada fins al moment introduint l'aprenentatge basat en problemes (ABP)<sup>1</sup> de forma gradual. Com? Fomentant el treball cooperatiu davant el treball individual i augmentant la interacció entre els alumnes i alumnes-professor.

## Metodologia

El projecte «Càlcul sobre rodes» és un projecte interdisciplinar, on intervenen les àrees de llengua, educació física, tecnologia i matemàtiques<sup>2</sup>, adreçat als estudiants de 2n ESO, i on la finalitat és treballar les matemàtiques a través del context d'una sortida en bicicleta i que conclou amb una exposició oral de la proposta de cada grup d'alumnes. S'imparteix durant 1 hora setmanal de la matèria de matemàtiques al llarg dels tres trimestres.

L'alumnat es distribueix en grups de, com a màxim, 4 persones. L'agrupació es va fer de manera que els estudiants triaven la parella amb la que volien anar, i el tutor del projecte, agrupava diferents parelles de manera que el ritme d'aprenentatge dels diferents components del grup no fos homogeni.

Durant el projecte coincideixen dos docents a l'aula. Cada un d'ells té una funció diferent: un professor ajuda a resoldre els dubtes que van sorgint durant la sessió, mentre que l'altre fa una avaluació contínua a cada grup.

---

<sup>1</sup> Hmelo-Silver, Cindy E. (2004). "Problem-Based Learning: What and How Do Students Learn?". *Educational Psychology Review* 16 (3): 235–266.

<sup>2</sup> Inel, D., & Balim, A. G. (2013). *Concept Cartoons Assisted Problem based Learning Method in Science and Technology Teaching and Students' Views*. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 93, 376–380.

## Objectius i continguts

El projecte està dividit en 15 sessions, la durada de cadascuna oscil·la entre 1h i 3h hores. Cada grup d'estudiants ha de trobar el procediment més adequat per resoldre el repte plantejat. Els continguts treballats, malgrat ser bàsicament del temari corresponent al currículum de 2n d'ESO, no s'han de correspondre cronològicament amb la programació de matemàtiques. Així, per exemple, es pot introduir el tema d'estadística a principi del projecte, encara que, en la programació general de matemàtiques de 2n d'ESO, consti al tercer trimestre.

A la taula següent es detalla la correspondència entre el currículum vigent i els continguts matemàtics i sessions del projecte

Currículum(DECRET 187/2015 de 25 d'agost)	Continguts matemàtics del projecte	Sessions
Estadística i atzar. Estudis estadístics Disseny d'investigacions i recollida de dades. Gràfics estadístics de barres, de línies i de sectors. Full de càlcul i eines TAC. Eines d'anàlisi de dades Mesures de centralització: mitjana, mediana i moda.	Diagrama d'arbres Diagrama de barres Perfil topogràfic. Recull de dades en un full d'excel. Càlcul de mitjanes Valor màxim i mínim Fer un pressupost.	1,3,6,8,15
Numeració i càlcul Percentatges Càlcul. Augments i disminucions percentuals. Ús dels percentatges per resoldre problemes en contextos diversos.	Percentatges de descomptes. Percentatges d'augment: IVA	4,6,13
Canvi i relacions Proporcionalitat directa i inversa Raons i proporcions per representar relacions entre quantitats. Representació (enunciat, expressió verbal, taula, gràfica, fórmula). Resolució de situacions amb magnituds proporcionals.	Proporcionalitat directa e inversa. Relació de transmissió. Velocitat.	12,14,15

Proporcionalitat i semblança en figures de dues dimensions Angles, longituds i àrees. Escales. Ús de la proporcionalitat per a la resolució de problemes.	Concepte de radi i diàmetre. Longitud de la circumferència.	8,12
Mesura Mesures indirectes (semblança, Tales i Pitàgores). Proporcionalitat i semblança en figures de dues dimensions Escales.	Interpretació de mapes. Mapes topogràfics Escales	7,9,10,11

Contiguts del projecte relacionats amb el currículum.

La finalitat del projecte és motivar <sup>3</sup>a l'alumnat a raonar, buscar diferents vies de resolució i finalment proposar la solució a diferents problemes matemàtics. Per això, es contextualitzen dins d'un marc proper a ells que els pugui resultar engrescador. En aquest cas és fer una ruta en bicicleta de muntanya. Abans de fer la sortida, els estudiants s'hauran d'informar bé de l'equipament necessari, el tipus de bicicleta més adient, fer un petit pressupost del cost (tant de l'equipament com de la bicicleta), proposar diferents itineraris per a la sortida, quin és el tipus d'aliments que serà millor prendre el dia de la sortida, etc.

### Seqüenciació d'activitats

Aquest projecte el fan en grups de 3 o 4 persones. Cal que es reparteixin bé les tasques, però tots els components del grup han saber quins resultats s'obtenen i com s'obtenen. Les activitats a realitzar són a les pàgines anomenades "sessions" dins del lloc web

<https://sites.google.com/a/fedac.cat/calcul-sobre-rodes/>

De totes les activitats han d'explicar el procediment per arribar a la solució. El format per recollir tots els resultats és lliure, però han de tenir en compte que hauran de fer una exposició oral on explicaran a la resta dels companys el resultat de cada activitat proposada i el procediment utilitzat per arribar al resultat. Per exemple, podrien recollir els resultats i conclusions en format "power-point", o qualsevol altre que els hi resulti còmode per fer l'exposició oral.

<sup>3</sup> Tarmizi, R. A., Tarmizi, M. A. A., Lojinin, N. I., & Mokhtar, M. Z. (2010). *Problem-based learning: engaging students in acquisition of mathematical competency*. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 4683–4688.

A continuació es detalla les activitats a realitzar durant les sessions d'aprenentatge.

### Sessió 1

La finalitat d'aquesta sessió es triar l'equipament per muntar en bicicleta (casc, culot, calçat, etc).

Han de fer una redacció de quin és l'equipament obligatori que s'ha de portar per muntar en bicicleta i quin és l'equipament recomanable. Elaborar un petit informe on s'expliqui les característiques més rellevants de cada material, així com avantatges i inconvenients que presenten.

Proposar entre 4 i 6 models diferents per a cada peça de l'equipament, especificant les botigues on es poden comprar i adjuntant la fotografia.

### Sessió 2

La finalitat ara és triar la botiga online per fer la compra de l'equipament.

Han d'elaborar un recull d'enllaços de botigues online on es poden comprar tot el material necessari per a la sortida en bicicleta, informar-se del cost addicional que aplica cada botiga per despeses d'enviament i, per últim, fer la tria i justificar la web online on faran la compra. Fer un diagrama d'arbre per comptar totes les opcions possibles d'equipar-se amb les diferents peces de la vestimenta trobades. Triar de totes les opcions anteriors quina formarà l'equip per muntar en bicicleta de cada component del grup.

### Sessió 3

La finalitat d'aquesta sessió és fer un petit pressupost de l'equipament que han triat per muntar en bicicleta. A partir del preu de cada peça de l'equipament que ha triat cadascú han de fer la mitjana d'aquesta, construir el diagrama de barres corresponent i calcular la diferència entre el cost màxim i mínim de cada peça.

### Sessió 4

Ara l'objectiu és abaratir el cost de l'equipament comprant en època de rebaixes.

Han de calcular els preus trobats en sessions anteriors aplicant el descompte que ofereixi la botiga en determinades èpoques de l'any. Elaborar una taula on constin les següents dades: el preu inicial i el preu amb descompte de cada peça de l'equipament per a cada component del grup, els diners que s'estalvien, tant individualment com entre tots aplicant el descompte i quin percentatge representa respecte el cost inicial.

### Sessió 5

Té com a propòsit triar el tipus de bicicleta més adequat per a la nostra sortida.

Hi ha molts tipus de bicicleta en funció del terreny per on es circuli. Han de redactar un informe sobre les modalitats de bicicleta, les seves característiques i terreny i activitat recomanats. Finalment, fan la tria més adequada a la nostra sortida.

## Sessió 6

L'activitat pretén calcular el % de diners estalviats entre tots els components del grup si es compra la resta de material (bicicleta) en època de rebaixes. Calcular les mitjanes dels preus de les bicicletes amb IVA inclòs tant amb el preu inicial com una vegada aplicat el descompte. Conèixer els diners estalviats en la compra de les bicicletes i percentatge de descompte que representa respecte el preu inicial. Saber els diners estalviats tant individualment com entre tots els components del grup agrupant tant l'equipament com la bicicleta. Calcular el % de descompte que representa.

## Sessió 7

La finalitat és triar un itinerari per a la sortida.

Prèviament han de triar dos recorreguts. Els dos trajectes han de tenir diferents nivells de dificultat, un ha de ser fàcil per als principiants i un altre amb un nivell de dificultat major per als veterans. De cada itinerari han d'indicar: punt de sortida i punt d'arribada, distància total, desnivell del terreny, mapa adjunt amb el recorregut marcat.

## Sessió 8

L'objectiu és treballar la geometria a través del càlcul de nombres de voltes que fan les rodes de bicicletes per a fer tots dos recorreguts. Han de saber fer dues taules, una per a cada recorregut, on consti el radi de cada bicicleta de cada component del grup, el nombre de voltes que haurà de donar la bicicleta de cada component del grup per fer tot el trajecte i el nombre mitjà de voltes entre tots els components del grup.

## Sessió 9

En aquesta sessió se'ls presenta el recorregut que real de la sortida. Han d'interpretar el mapa fent constar: escala del mapa, kilòmetres totals recorreguts, llocs amb una major i menor altitud, i desnivell del terreny existent.

De la mateixa manera que a la sessió anterior han de trobar el procediment per saber el nombre de voltes que hauran de donar les rodes de les seves bicicletes si fan tot el recorregut.

## Sessió 10

En aquesta sessió interpreten el mapa topogràfic del recorregut més acuradament. Prèviament han de fer una petita descripció sobre què és un mapa topogràfic i en quines situacions és més adient utilitzar aquests tipus de plànols. Tot seguit ja poden elaborar el perfil topogràfic del nostre recorregut. Donar resposta a: saber dir entre quins punts és més fort el pendent, a quina altitud es troben quatre punts distribuïts de forma aleatòria, distància entre aquests, donada una distància fixa entre dos punts, saber fer l'escala a la que està construït el mapa.

## Sessió 11

Els alumnes han de fer les mateixes activitats que a la sessió anterior, però utilitzant el mapa del recorregut que ells han triat.

### Sessió 12

Aquí han d'interpretar i aplicar la fórmula de la relació de transmissió, relacionant el concepte de relació de transmissió amb la que ells han utilitzats en diferents trams del recorregut: un de pla, un de forta pendent ascendent i un de pendent descendent. Calculant en cada situació, la distància recorreguda en cada pedalada. I viceversa, donada una distància fixa, calcular el nombre de pedalades que s'han de fer per a cada relació de transmissió per recorre-la

### Sessió 13

L'objectiu és elaborar una dieta adequada per al dia de la sortida. Anteriorment han de cercar informació de la piràmide d'aliments, racions diàries recomanades en la ingesta diària de nutrients i conseqüències d'una mala alimentació.

### Sessió 14

Han de localitzar diferents empreses de lloguer de bicicletes ubicades a la zona de l'itinerari per fer una comparativa dels preus i serveis ofertats. Posteriorment, utilitzant aquests criteris, han de justificar l'elecció de l'empresa i fer el pressupost total de la sortida segons la tria feta.

### Sessió 15

Després d'haver fet la sortida, han de relacionar en quins trams del recorregut han anat més lents i en quins més ràpid amb el mapa topogràfic treballat en sessions anteriors.

Tasques: Cronometrar el temps emprat en cada parada efectuada de la ruta, mesurar la distància de cada zona utilitzant el mapa i l'escala donat, trobar la velocitat de cada component a cada tram i finalment trobar la velocitat mitjana tant de cada component del grup com del conjunt.

Poden ampliar aquesta activitat aquells grups que es descarreguin alguna aplicació al mòbil que marca el recorregut fet, distància recorreguda, velocitat mitjana, el temps transcorregut i fins i tot les calories gastades durant l'activitat. Poden acabar comparant aquests resultats amb els que han obtinguts amb els seus càlculs.

### Avaluació

Un cop realitzada cada sessió hauran d'omplir una rúbrica relacionada amb la dinàmica i organització: a cada sessió s'ha d'anotar (en un diari d'aula) l'objectiu de la sessió, què han fet, què ha quedat pendent de fer, si han participat tots els components del grup, si ha sorgit algun conflicte i com s'ha resolt. Per últim, s'ha de valorar el resultat final d'aquella sessió i

han de decidir quins companys de grup han treballat més a cada sessió, i els que no han treballat o la seva actitud ha estat negativa.

Aquesta valoració la fan a través d'uns formularis que troben al site amb les rúbriques coavaluació (veure annex).

Individualment, han de fer una reflexió sobre la seva aportació al grup; si han cooperat, si han estat responsables, si han participat en el procés de presa de decisions, i valorar la quantitat i qualitat de la feina que ells han aportat al seu grup.

Com que considerem interessant que l'alumnat conegui quins ítems valorarà el tutor del projecte, també està a l'abast de l'alumnat, la rúbrica d'avaluació que utilitzarà el professor (veure annex). El docent donarà importància no tan sols als resultats, si són correctes, sinó també a la puntualitat i correcta presentació de les sessions. Al grup se li dóna l'opció de modificar els procediments de resolució que hagin estat erronis per uns altres que els permeti arribar a la solució correcta. Llavors el professor modificarà la nota que havien tret a la primera entrega

Volem remarcar als alumnes que la part més valorada és la constància, l'esforç i la dedicació. El fet d'arribar al primer intent al procediment òptim, és secundari; és únicament un ítem més de tots els que s'avaluen.

La nota final del projecte és la mitjana de totes les sessions, juntament amb l'exposició oral. En aquesta es prioritza si la presentació està completa, si els textos i les imatges estan ben triades, si les exposicions dels continguts han estat clares i si domina el llenguatge corporal i s'expressa amb claredat.

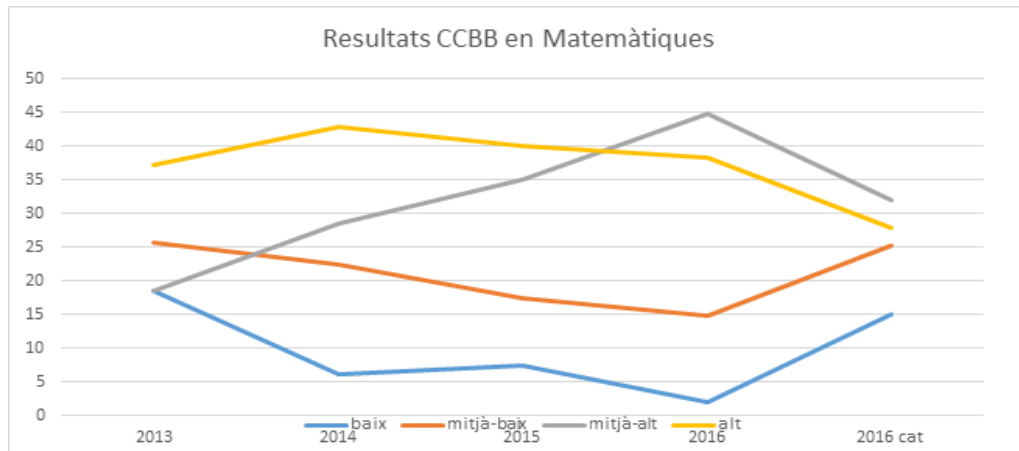
### **Valoració de l'experiència**

Donat que el primer any que vam dur a terme l'ABP Càlcul sobre rodes, vam observar un canvi actitudinal envers la matèria per part dels alumnes, des del departament de matemàtiques hem decidit introduir nous ABP a tercer i quart de la ESO. Una gran part dels estudiants, davant una activitat plantejada, acceptaven el fracàs abans de dedicar un temps a pensar que vol dir l'activitat, que li demanen, quins mecanismes o conceptes poden emprar en la seva resolució. Aquest comportament no s'ha donat durant els exercicis plantejats a l'ABP: han estat motivats, buscant solucions, mecanismes de resolució, preguntant dubtes als professors, per a la majoria no existia la paraula "fracàs", ho tornaven a intentar.

Aquest canvi també ha quedat palès en els resultats acadèmics. Hem comparat els resultats obtinguts en la prova de competències bàsiques de matemàtiques des del 2013 fins l'actual. Aproximadament el 98% de l'alumnat ha superat la prova aquest curs, amb tan sols un 2,1% situat a la zona baixa que contrasta amb el 44,7% a la zona mitjana-alta, i 38% a la zona alta. A continuació es mostra el gràfic dels resultats de les competències bàsiques a la matèria de matemàtiques al nostre centre, al llarg d'aquests últims anys.

Cal remarcar que els alumnes actuals de 4t ESO van començar a treballar amb projectes des de 2n ESO, i han continuat treballant amb aquesta metodologia els cursos posteriors.





Resultats de CCBB Matemàtiques 2013-2016. (FEDAC Cerdanyola)- 2016 Catalunya

## Bibliografia

Departament d'ensenyament de la Generalitat de Catalunya. *DECRET 187/2015* [en línea].25 d'agost de 2016 [27/05/2016].  
[http://dogc.gencat.cat/ca/pdogc\\_canals\\_interns/pdogc\\_resultats\\_fitxa/?action=fitxa&documentId=701354&language=ca\\_ES](http://dogc.gencat.cat/ca/pdogc_canals_interns/pdogc_resultats_fitxa/?action=fitxa&documentId=701354&language=ca_ES)

Consorci de les Vies Verdes de Girona. *Vies Verdes de Girona*. [página web] [27/05/2016] <http://viesverdes.cat/>

Descobrir.cat. *Descobrir el teu món com mai no l'has vist*. [página web] Sàpiens publicacions. [27/05/2016] <http://www.descobrir.cat/ca/rutes-i-escapades.php>

CatBTT. *Llistat de totes les rutes*. [página web] [27/05/2016].

<http://www.gpoints.eu/--catbtt-index.php>

ICGC Institut Cartogràfic i Geològic de Catalunya. *Descàrregues*. [página web]

[27/05/2016] <http://www.icgc.cat/appdownloads/>

Hmelo-Silver, Cindy E (2004). "*Problem-Based Learning: What and How Do Students Learn?*". Educational Psychology Review 16 (3): 235–266.

Ínel, D., & Balım, A. G. (2013). *Concept Cartoons Assisted Problem based Learning Method in Science and Technology Teaching and Students' Views*. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 93, 376–380.

Tarmizi, R. A., Tarmizi, M. A. A., Lojinin, N. I., & Mokhtar, M. Z. (2010). *Problem-based learning: engaging students in acquisition of mathematical competency*. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 2(2), 4683–4688.

Cotič, M., & Zuljan, M. V. (2009). *Problem-based instruction in mathematics and its impact on the cognitive results of the students and on affective-motivational aspects*. Educational Studies, 35(3), 297–310.

Hung, W. (2009). *The 9-step problem design process for problem-based learning: Application of the 3C3R model*. Educational Research Review, 4(2), 118–141.