

Banc de recursos per a la resolució de problemes

Mireia López Beltran, Cyntia Riquelme Carvallo

ICE, UPC i Màster de formació de professorat, UPF, mireia.lopez@gmail.com
Col·legi Padre Damián Sagrats Cors, Barcelona, criquelme@padredamiansscc.net
Grup de treball del FEM Matemàtiques (ABEAM)


Resum del taller

Els problemes del “*Fem Matemàtiques*” són un bon recurs com activitats competencialment riques ja que presenten reptes on els alumnes s’hi enganxen fàcilment. En el nostre bloc recollim alguns d’aquests problemes i la diversitat de respostes, estratègies i processos que l’alumnat dona a partir de les seves produccions, així com propostes d’avaluació dels nivells competencials mostrats.

Al taller treballarem en equips alguns d’aquests problemes en situació d’alumne (amb material manipulatiu i applets). Mostrarem exemples de respostes dels alumnes, a vegades sorprenents des de la nostra perspectiva, per a realitzar-ne una avaluació competencial.

Es donaran eines i recursos perquè els alumnes aprenguin a *raonar matemàticament* propasant la resolució de problemes com a nucli de la classe de matemàtiques.

[Problemes competencials, reptes, recursos](#)

Aquests materials estan sota una llicència
Creative Commons 4.0 Internacional del tipus 

Descripció activitats i dinàmica del taller

En grups de 4 persones es treballaran alguns dels problemes del concurs FEM MATEMÀTIQUES que hem analitzat en el bloc *Banc de recursos del Fem Matemàtiques* (<http://bancfm.blogspot.com.es>) i que hem considerat interessants pels continguts proposats, les estratègies treballades, el material utilitzat i les respostes dels alumnes. També s'ha valorat la possibilitat de connexió amb altres continguts i enllaços interessants. Abans farem una petita presentació (10 min) per explicar que tenen de diferent aquest tipus de problemes, què vol dir un *problema competencial* i perquè poden ser el "nucli" de l'ensenyament en donar als alumnes oportunitats perquè aprenguin a *raonar matemàticament*. També es treballaran els conceptes de *pràctica productiva* i *exhaustiva* en què es centren molts d'aquests problemes.

Cada problema es treballarà a partir de l'enunciat tal com ho farien els alumnes amb ajuda de material manipulatiu i applets que es proposen com a recursos, si cal. La dinàmica hauria de ser 1-2-4 (primer uns minuts de treball individual, després per parelles i, per últim, discussió i conclusions dels 4 membres del grup).

En la posada en comú es comentaran les respostes dels equips i es mostraran algunes de les respostes d'alumnes.

En algun dels problemes, i examinant respostes dels informes dels alumnes, es proposarà l'*avaluació* d'alguna de les competències més significatives a partir del document del departament d'Ensenyament: [Orientacions de les competències bàsiques matemàtiques](#) de l'ESO (Burgués i Sarramona, 2013).

Activitats

L'alçada de la torre

Paraules clau: [Divisors d'un nombre](#); [Arbre de factors](#); [Potències](#); [Patrons](#); [Raonament numèric](#); [Pràctica productiva](#); [Pràctica exhaustiva](#).

Aquest problema treballa la cerca de divisors d'un nombre d'una manera *productiva* i *exhaustiva*. És un treball **productiu** ja que aquesta cerca es fa no només per l'automatització de la destresa bàsica sinó que s'ambienta en la resolució d'un problema o repte que resulta molt més motivador per als alumnes (*tal com expliquen en el seu bloc els autors del PuntMat*). I **exhaustiva**, perquè han de trobar alguna estratègia per saber que es tenen tots els divisors que es cerquen ([PuntMat](#) i proposta del [CREAMAT](#)¹: *esgotar-sense-esgotar-se*). Alhora impulsa a la investigació per la cerca de regularitats i patrons

¹ <http://srvcnpbs.xtec.cat/creamat/joomla/index.php/investiguem/propostes/1437-esgotar-sense->

que permetin saber el número de divisors d'un nombre amb antelació i les característiques dels nombres amb un cert número de divisors.

És un problema molt adient per fer una dinàmica de **treball cooperatiu** (cada grup d'alumnes (experts) estudien els divisors d'un petit grup de nombres i en la posada en comú es pot donar respostes a la majoria dels reptes presentats en el problema).

Recursos: [Applet web PUNTMAT](#) [Arbre de factors²](#)

Comptant rajoles

Paraules clau: Patrons; regles funcionals; Raonament geomètric, visual i numèric; Deducció; Suma de nombres senars consecutius.

Aquest problema permet treballar la cerca de patrons a partir de l'observació d'una figura geomètrica. La situació i la presentació proposada permet plantejar aquest problema a nivell de sisè de primària. A partir de l'observació de la figura que es presenta es poden treballar conceptes i procediments com per exemple, la suma dels imparells consecutius i la seva relació amb els quadrats perfectes. La cerca de patrons també permet treballar l'organització de la informació en taules. Igualment és un bon problema per a proposar als cursos superiors fins a 3r d'ESO posant en joc processos més avançats i llenguatge algebraic.

En fer la vostra proposta de resolució del problema sencer abans de llegir les propostes de resolució dels alumnes, segurament us endureu una sorpresa de la senzillesa i simplicitat dels raonaments emprats pels alumnes de sisè, però alhora de la profunditat dels resultats a què arriben.

Podrem practicar l'avaluació competencial després d'observar en els exemples de resposta dels alumnes els diferents graus d'assoliment d'una de les competències que es treballen en fer aquesta activitat.

Material: full quadriculat.

Recurs web: <http://www.visualpatterns.org> És una web molt interessant feta per un professor que va començar al 2013 a recopilar imatges sobre patrons que li envien i fetes per alumnes de manera que ja té 160 imatges de series amb materials, objectes i formes curioses i divertides. També a l'apartat de Gallery proporciona més recursos i fitxes per treballar amb els nostres alumnes.

Cubs foradats

Paraules clau: 3D, Superfície, Raonament espacial, Raonament numèric, Patrons, Expressions algebraiques.

² <http://puntmat.blogspot.com.es/2011/12/mes-sobre-larbre-de-factors.html>

Problema que proveeix d'un context matemàticament ric en què els alumnes poden treballar les seves habilitats de visualització, raonament espacial, numèric i algebraic relacionades amb la cerca d'un patró en una figura 3D.

És un bon exemple per treball el bloc Espai i forma i en concret en 3D. Aquest repte convida a explorar i a la cerca d'algun patró. També permet plantejar-lo a partir de material manipulatiu (construccions amb cubets) per ajudar en l'abstracció o amb l'ajuda de l'applet de la web *Illuminations: geoplà 2D-3D*.

La generalització proposada en l'últim apartat permet fer una proposta d'ampliació per a un nivell de 2n o 3r d'ESO. Les implicacions de trobar l'expressió algebraica que determina el patró format per expressions cúbiques i quadràtiques permet relacionar-ho amb les propietats del cub que es representen.

Material: [Structuro, blocs cúbics, full paper isomètric](#)

Applet: [Illuminations geoplà 2D-3D](#)

Triangles i trianglets

Paraules clau: [Patró de creixement](#); [Recursivitat](#); [Raonament geomètric](#), [visual i numèric](#); [Fractals](#); [Floc de neu de Koch](#); [Àrees](#); [Fraccions](#); [Potències](#); [Decimals](#)

Es treballa el patró de creixement d'una figura. El patró treballa *l'estratègia recursiva o seqüencial*: necessitem saber el valor de la figura anterior per saber la següent. També es pot anomenar iterativa o additiva. Alhora és una introducció al món dels **fractals** a partir de la figura del Floc de neu de Koch que s'origina des del triangle equilàter creant figures auto semblants. Ideal per començar a treballar el tema de successions geomètriques.

El problema permet relacionar molts conceptes i processos dels diferents blocs de continguts: àrees, decimals, fraccions, potències, relacions funcionals, patrons. El treball amb patrons desenvolupa l'agilitat, flexibilitat i connexió amb els nombres i el que representen així com les relacions entre ells. També ajuda a desenvolupar habilitats de raonament lògic i realització de conjectures. A més porta, d'una manera natural, a desenvolupar regles matemàtiques per descriure el patró, en aquest cas, de creixement d'una figura. Al començament d'una manera aritmètica fins a necessitar del llenguatge algebraic per generalitzar. Aquest patró és un bon exemple de creixement basat en la recursivitat tant visual-geomètrica com aritmètica.

Per una altra banda, és una aproximació molt senzilla al món dels fractals a partir de la figura del triangle equilàter que permet el dibuix i una ràpida comprensió del procés de creixement a partir de la reiteració de la figura inicial.

Material: [Plantilla de triangles en full fotocopiati](#).

Applet: [Per fer fractals diferents: http://math.rice.edu/~lanius/frac/](#)

Veure la construcció del Floc de neu de Koch: [http://math.rice.edu/~lanius/frac/koch/koch.html](#)

*Altres recursos: [Descobreix els patrons a la natura](#) *Les matemàtiques ens ajuden a entendre'ls* (pdf d'experimentació del Parc de Recerca Biomèdica).*

Una escultura cúbica

Paraules clau: Àrea, Volum, Proporcionalitat, Raonament numèric, Context real, Patrons, Generar bones preguntes, Preguntes productives.

Un bon exemple dels blocs Espai i forma i Mesura que compleix molts dels indicadors de riquesa competencial d'una activitat.

Treballa els conceptes de càlcul d'àrees i volums, estimació de quantitats, cerca d'informació en un context real, semblança i proporcionalitat. També es pot treballar amb material manipulatiu per ajudar a l'abstracció.

És una activitat que també ens ha permès fer una proposta d'ampliació per a un nivell de 2n o 3r d'ESO a partir de preguntar-nos pel creixement de la figura fins a 10, 20, 30 o n pisos i intentar trobar l'expressió algebraica que determinaria el patró que està relacionat amb la diferència entre dos quadrats perfectes consecutius.

També es centra en el treball de la competència 4: "*Generar preguntes de caire matemàtic i plantejar problemes*", tot permetent realitzar un bon treball de "reconèixer i identificar les matemàtiques de l'entorn" i que els alumnes "es plantegin bones preguntes" que aportin informació rellevant, que siguin productives.

Material: Structuro, blocs cúbics, full paper isomètric³

Applet: Il·luminacions geoplà 2D-3D⁴

Altres recursos: Activitats semblants de la pàgina web nrich: <http://nrich.maths.org/6529> i <http://nrich.maths.org/2322&part>

Construïm quadrats amb palets

Paraules clau: Pràctica exhaustiva, Relació perímetre-àrea, Raonament espacial.

Aquest és un problema tret de la 2a fase del concurs Fem Matemàtiques de 6è. Són problemes individuals però també rics competencialment amb totes les característiques que hem anomenat en els anteriors. En general són de més curta durada i la justificació del procés, les estratègies utilitzades i el raonament matemàtic són determinants a l'hora d'avaluar i seleccionar els alumnes que passaran a la fase final.

En aquest problema es treballen les connexions entre àrea i perímetre i la pràctica exhaustiva organitzada per estar segur de que no es deixa cap possibilitat o que no es repeteix. Per això, cal un cap estructurat a l'hora d'establir un criteri, organitzar la feina i comunicar-la.

Material: paper, llapis de colors, tires de meccano de plàstic.

³ <http://nrich.maths.org/content/02/12/penta5/Third%20dimension.pdf>

⁴ <http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4182>

Bibliografia

Burgués, C. i Sarramona, J. (2013). *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic Identificació i desplegament a l'ESO*. Generalitat de Catalunya Departament ensenyament.

URL:

<http://ensenyament.gencat.cat/web/.content/home/departament/publicacions/colleccions/competencies-basiques/eso/eso-matematic.pdf>

Pàgines web

Totes aquestes activitats i més estan disponibles al nostre bloc del *Banc de recursos del FM*:

López, M. i Riquelme, C. (2016). *Banc de recursos del Fem Matemàtiques*.

<http://bancfm.blogspot.com.es>

Creamat (2016). Recuperat de: <http://srvcnpbs.xtec.cat/creamat/joomla/index.php>

Nrich (2016). Recuperat de: <http://nrich.maths.org/frontpage>

PuntMat. (2016). Recuperat de: <http://puntmat.blogspot.com.es/>

Tocamates (2016). Recuperat de : <http://www.tocamates.com>