

L'aprenentatge d'estratègies de càlcul mental a primària

Isabel Sellas Ayats¹, Laura Vila Majó², Mireia Jurado Salvans³, Sònia Esteve Frigola⁴

¹Dept. de Didàctica de les Arts i de les Ciències, Universitat de Vic-Universitat Central de Catalunya, isabel.sellas@uvic.cat

²Dept. de Didàctica de les Arts i de les Ciències, Universitat de Vic-Universitat Central de Catalunya, laura.vila1@uvic.cat

³Dept. de Didàctica de les Arts i de les Ciències, Universitat de Vic-Universitat Central de Catalunya, mireia.jurado@uvic.cat

⁴Dept. de Didàctica de les Arts i de les Ciències, Universitat de Vic-Universitat Central de Catalunya, sonia.esteve@uvic.cat


Resum del taller

Es proposaran un seguit d'operacions (suma i resta) que s'hauran de resoldre fent càlcul mental. S'analitzaran les estratègies que els assistents proposin i s'explicaran altres estratègies que no hagin aparegut. Es mostrarà una metodologia per aprendre càlcul mental que permet atendre la diversitat a l'aula i fomenta la comunicació d'idees matemàtiques. Es relacionaran les estratègies de càlcul amb els continguts matemàtics, relacions i propietats numèriques que els alumnes necessiten conèixer per resoldre aquestes estratègies. Es presentaran alguns materials com a recurs per aprendre aquests continguts i relacions numèriques.

PARAULES CLAU: càlcul mental, estratègies, educació primària.

Altres persones que són autores dels treballs a què aquesta aportació fa referència: Víctor Grau Torre-Marin, Dept. de Didàctica de les Arts i de les Ciències, Universitat de Vic-Universitat Central de Catalunya, victor.grau@uvic.cat

Aquests materials estan sota una llicència

Creative Commons 4.0 Internacional del tipus 

1. L'aprenentatge d'estratègies de càlcul a primària

L'ensenyament del càlcul mental i escrit a vegades s'ensenyava de forma mecànica, sense comprensió i prioritant la rapidesa en front del descobriment d'estratègies de càlcul i del raonament matemàtic. Kamii (2010) posa de manifest la importància del descobriment d'estratègies de càlcul i explica els efectes negatius d'ensenyar els algorismes tradicionals.

Amb una metodologia adequada a l'hora d'ensenyar càlcul mental, com la que explica Parrish (2010), es pot aconseguir que els alumnes utilitzin diferents estratègies per resoldre una mateixa operació alhora que gaudeixin compartint aquestes estratègies amb els companys.

Tenir en compte alguns aspectes com deixar temps, respectar les opinions de tot l'alumnat, compartir les idees matemàtiques, tractar l'error com a font d'aprenentatge entre altres, fa que es pugui aprendre càlcul mental atenent la diversitat de l'aula.

A banda de la metodologia, cal reflexionar sobre quins són els continguts, les relacions i propietats numèriques que els nens i les nenes necessiten per dur a terme les estratègies de càlcul. Una vegada determinats aquests continguts i propietats numèriques és necessari decidir les activitats per ensenyar-los.

2. Metodologia per ensenyar càlcul mental

En el present taller es demanarà resoldre operacions seguint la mateixa metodologia que es duria a terme en una aula d'educació primària. Es demanarà als assistents del taller que resolguin cada operació proposada seguint la metodologia que creiem adequada per aquesta etapa.

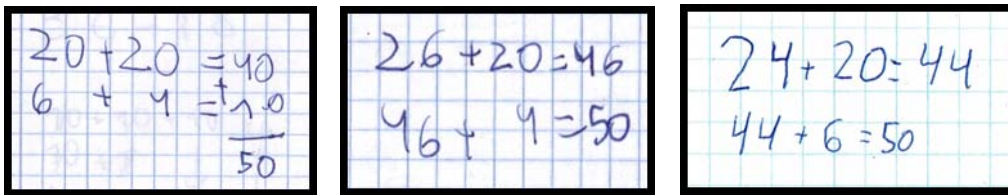
S'analitzaran les estratègies que els assistents hagin utilitzat i si convé se n'explicaran de noves. S'escollirà alguna de les estratègies plantejades i es relacionarà amb els continguts necessaris per aprendre aquesta estratègia. A continuació, es mostraran alguns materials i s'explicaran activitats utilitzant aquests materials per aprendre els continguts i les relacions numèriques necessàries per aprendre l'estratègia escollida. En funció de les necessitats i les demandes dels assistents al taller es resoldran operacions diferents i s'analitzaran unes estratègies o unes altres. A continuació es mostren alguns exemples de tasques que es duran a terme en el taller.

a. Resolució de la suma $24 + 26$

Es proposarà un problema als assistents al taller que es resolgui amb la suma $24 + 26$. Es poden proposar problemes aritmètics amb diferent nivell de dificultat (Jurado, Sellas i Noguera, 2016). Per exemple, *La Maria té 24 euros i la seva mare li'n dóna 26. Quants euros té ara la Maria?* Es deixarà una estona perquè tothom resolgui la suma $24 + 26$ utilitzant estratègies de càlcul mental. Quan tothom l'hagi resolt es posaran en comú les

diferents estratègies. Tothom explicarà com ha resolt la suma i es compararan les estratègies per veure quina és la més eficient.

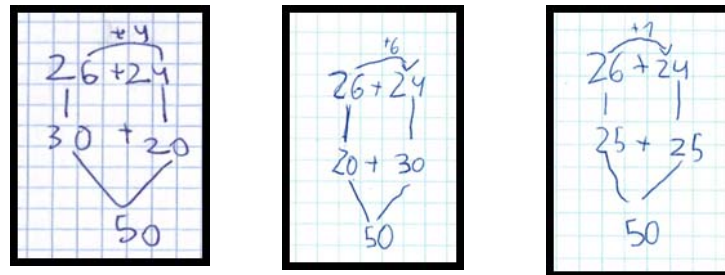
Aquesta suma es pot resoldre descomponent els nombres 24 i 26 segons el valor de posició, el 24 com a 20 més 4 i el 26 com a 20 més 6. També es pot resoldre només descomponent un dels dos nombres, per exemple, el 24 com a 20 més 4 i sumant el 20 al 26 i després el 4 al 46. O bé, descomponent el 26 en 20 més 6 i sumant el 20 al 24 i després el 6 al 44. En la imatge següent es mostren resolucions d'un alumne de segon de primària de la suma $24 + 26$ mitjançant l'estratègia de descompondre:



The image shows three separate boxes, each containing a handwritten solution on grid paper for the sum $24 + 26 = 50$.
 Box 1: $20 + 20 = 40$, $6 + 4 = 10$, $40 + 10 = 50$.
 Box 2: $26 + 20 = 46$, $46 + 4 = 50$.
 Box 3: $24 + 20 = 44$, $44 + 6 = 50$.

Resolucions de la suma $24 + 26$ descomponent els dos nombres o descomponent un dels nombres.

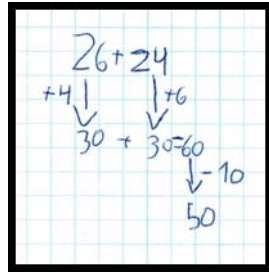
Una altra possibilitat seria utilitzar l'estratègia de compensar, és a dir, treure 4 del 24 i sumar-lo al 26 per obtenir el 30. Després caldria sumar 30 i 20. També es podria restar 6 del 26 i sumar-lo al 24 obtenint el 30. Una altra possibilitat seria treure un 1 del 26 i sumar-lo al 24 obtenint així $25 + 25$. A la imatge següent es mostren resolucions d'un alumne de segon de primària de la suma $24 + 26$ mitjançant aquesta estratègia:



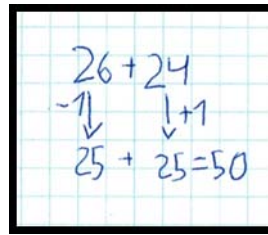
The image shows three separate boxes, each containing a handwritten solution on grid paper for the sum $24 + 26 = 50$ using compensation.
 Box 1: $26 + 24$ with a bracket above it labeled '+4'. Below it, $30 + 20 = 50$.
 Box 2: $26 + 24$ with a bracket above it labeled '+6'. Below it, $20 + 30 = 50$.
 Box 3: $26 + 24$ with a bracket above it labeled '+1'. Below it, $25 + 25 = 50$.

Resolucions de la suma $24 + 26$ compensant

Hi hauria altres estratègies per resoldre aquesta suma, per exemple, es poden buscar nombres de referència com el 30 o el 25. Per arrodonir els dos nombres a 30 s'hauria d'afegir un 4 al 26 i un 6 al 24 obtenint així la suma $30 + 30$. Com que s'han sumat 10 unitats (4 al 26 i 6 al 24), s'han de restar al resultat de $30 + 30$. Restant un 1 al 26 i sumant un 1 al 24 s'obté la suma $25 + 25$. A la imatge següent es mostren resolucions d'un alumne de segon de primària de la suma $24 + 26$ mitjançant aquesta estratègia:



$$\begin{array}{r}
 26 + 24 \\
 +4 \quad \downarrow +6 \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 30 + 30 = 60 \\
 \downarrow -10 \\
 50
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 26 + 24 \\
 -1 \quad \downarrow +1 \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 25 + 25 = 50
 \end{array}$$

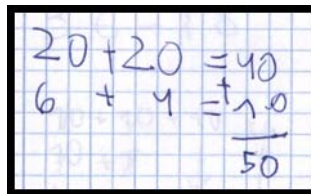
Resolucions de la suma $24 + 26$ fent nombres de referència

En algun cas, quan s'utilitza una estratègia pot ser que també se n'estigui utilitzant una altra, per exemple, en l'estratègia de fer nombres de referència també s'utilitza la de fer dobles, ja que s'obté la suma $30 + 30$ o bé $25 + 25$.

b. Continguts i propietats numèriques

S'escollirà alguna de les estratègies que es mostrin durant el taller i s'analitzaran els continguts, relacions i les propietats numèriques que els alumnes han de saber per dur a terme aquestes estratègies.

Per exemple, considerem l'estratègia de descompondre els dos nombres segons el valor de posició que es mostra a la imatge següent:



$$\begin{array}{r}
 20 + 20 = 40 \\
 6 + 4 = 10 \\
 \hline
 50
 \end{array}$$

Resolució de la suma $24 + 26$ descomponent els dos nombres

Per a dur a terme aquesta estratègia cal que l'alumnat sàpiga:

- Descompondre nombres segons el valor de posició ($26 = 20 + 6$; $24 = 20 + 4$)
- Sumar nombres acabats en zero ($20 + 20$; $40 + 10$)
- Saber les descomposicions del 10 ($6 + 4$)

c. Recursos per aprendre els continguts i les propietats numèriques

Per aprendre els continguts esmentats en l'apartat anterior, es poden fer diverses activitats utilitzant diversos materials (Puigví, Noguera i Sellas; 2014). En el taller es mostraran alguns materials i activitats per aprendre els continguts necessaris per l'estratègia de descompondre segons el valor de posició.

- Descompondre nombres ($26 = 20 + 6$; $24 = 20 + 4$)

Es poden proposar diverses activitats perquè els alumnes aprenguin a descompondre nombres. El cuc de boles és un material que permet aprendre diferents descomposicions

de nombres. Es pot obtenir més informació d'aquest material a l'article de Torra (2006). A la imatge següent es pot veure el cuc de boles en una aula d'educació primària.



Imatge del cuc de boles

- Sumar nombres acabats en zero ($20 + 20$; $40 + 10$)

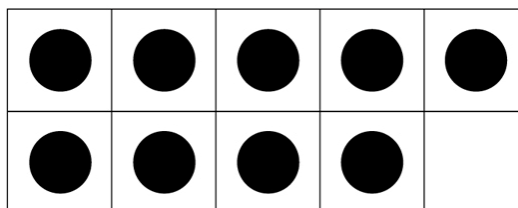
El cuc de boles pot ser un material adequat per aprendre a sumar nombres acabats en zero, però també es pot complementar amb el plafó dels nombres. Aquest material permet descobrir relacions numèriques. A continuació hi ha una imatge del plafó dels nombres.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Imatge del plafó numèric

- Saber les descomposicions del 10 ($6 + 4$)

Per aprendre les descomposicions del número 10 hi ha molts materials, en el taller en presentarem dos: la graella de deu (*ten frames*) i el Rekenrek. A les imatges següents es mostra la graella de deu i el Rekenrek:



Imatge de la graella de deu



Imatge del Rekenrek

En el taller es mostrarà com fer les diferents descomposicions del número 10 amb aquests dos materials. És important que els nens expliquin la descomposició que han trobat.

3. Conclusions

Aprendre càlcul mental raonant i no de forma mecànica ajuda a desenvolupar el sentit numèric, és a dir, a comprendre els nombres, les seves relacions i l'efecte dels nombres en les operacions així com també l'estimació. Per això, cal que tinguem molt clar quines estratègies volem ensenyar, quins continguts, relacions i propietats numèriques calen per aprendre aquestes estratègies i quines activitats i recursos podem proposar perquè aprenguin aquests continguts, propietats i, per tant, les estratègies de càlcul.

És bàsic seguir una metodologia que potenciï la comunicació d'idees matemàtiques, el raonament i que respecti les idees de tots els nens i nenes. D'aquesta manera s'obtindrà una cultura social d'aula adequada i es podrà atendre a la diversitat d'alumnat.

4. Bibliografia

Jurado, Mireia; Sellas, Isabel i Noguera, Anna. Una experiència per atendre la diversitat: la llibreta dels problemes de matemàtiques. *Guix: Elements d'acció educativa*. 2016. 423, 41-45.

Kamii, Constance i Dominick Ann. Los efectos negativos de enseñar algoritmos en grados primarios (1ro al 4to). *Revista pedagogía*. 2010, 43, 1, 59-73.

Parrish, Sherry. *Number Talks. Helping children build mental math and computation strategies. Grades K-5*. California: Math Solutions, 2010.

Puigví, Raquel; Noguera, Anna i Sellas, Isabel. Millorem les estratègies de càlcul mental. *Guix: Elements d'acció educativa*. 2014. 405, 48-52.

Torra, Montserrat. La recta numèrica, una representació per aprendre nombres. *Guix*. 2006, 329, 24-31.