

Polígons estrellats, nombres primers entre si, cubs màgics, estrelles màgiques i similars

Persona o persones inscrites al Congrés que presenten el taller:

Joan Folguera Farré

INS Samuel Gili i Gaya, 25002 Lleida
MMACA, Cornellà, jfolque2@xtec.cat

Resum del taller


En aquest taller es construiran polígons regulars estrellats o polígrams i calcularem quants n'hi ha d'un nombre determinat de costats, es veurà que tenen una relació amb els nombres primers entre si.

L'autor del taller portarà alguns poliedres, de manera que totes les cares són polígons regulars, algunes de les quals són polígons estrellats regulars.

Es tractarà el quadrat màgic, així com un cub màgic, un tetraedre, un hipercub (un cub de dimensió 4), polígons estrellats màgics i similars.

Els materials utilitzats seran fitxes que l'autor haurà preparat i regla.

PARAULES CLAU: Geometria, aritmètica, divisors.

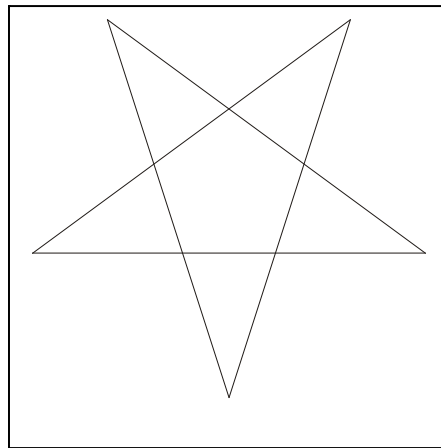
Aquests materials estan sota una llicència
Creative Commons 4.0 Internacional del tipus 

1. Descripció del taller

L'autor del taller mostrarà una presentació amb l'ordinador on es veurà quins són els diversos polígons estrellats, que es construeixen unint els vèrtexs no consecutius de

manera contínua d'un polígon regular convex. Aquests polígons s'anomenen $\left\{ \begin{matrix} n \\ m \end{matrix} \right\}$ on

n és el nombre de vèrtexs i m , el salt que hi ha entre dos vèrtexs enllaçats per un costat. El nombre de vèrtexs del polígon i el salt entre vèrtexs han de ser nombres primers entre ells.



Pentàgon $\left\{ \begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix} \right\}$

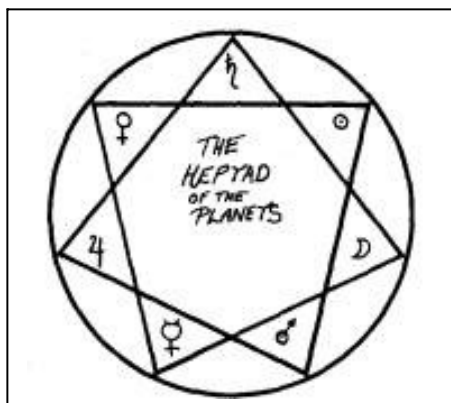
Seguidament, els assistents calcularan quins són tots els polígons estrellats d'un nombre determinat de vèrtexs i després els dibuixaran amb unes plantilles dissenyades per l'autor.

Posteriorment, l'autor del taller explicarà el concepte d'estrellar un polígon i generalitzar-ho a la dimensió 3, a partir dels poliedres. Es mostraran alguns poliedres amb cares estrellades.

Breu explicació de la proporció àuria a partir del pentàgon regular així com la seqüència dels dies de la setmana a partir d'un heptàgon estrellat

Taller

Polígons estrellats, nombres primers entre si, cubs
màgics, estrelles màgiques i similars

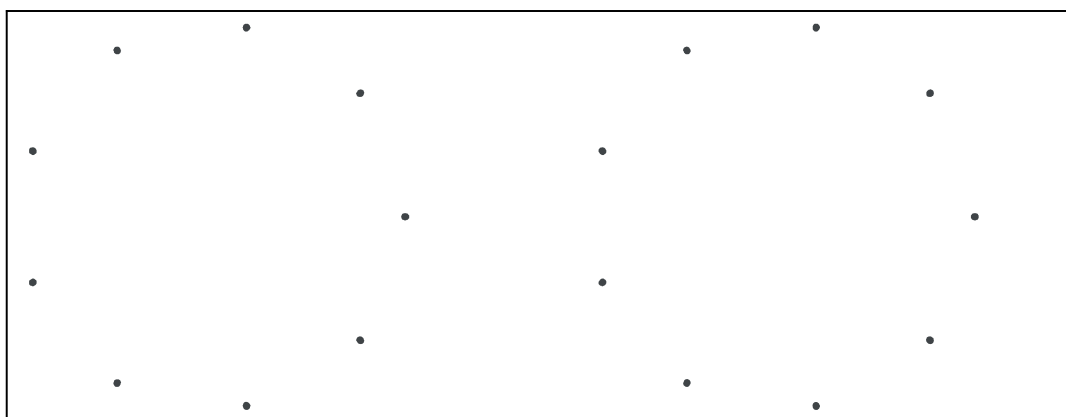


Heptàgon estrellat dels planetes

Es mostraran, mitjançant el projecteur, alguns quadrats màgics i es demanarà als assistents que facin altres figures màgiques: estrella, cub, tetraedre, hexàgon, etc. Després, es mostrarà un hipercub màgic.

2. Material

Regla, tisores i fitxes per fer diverses activitats que facilitarà l'autor del taller.



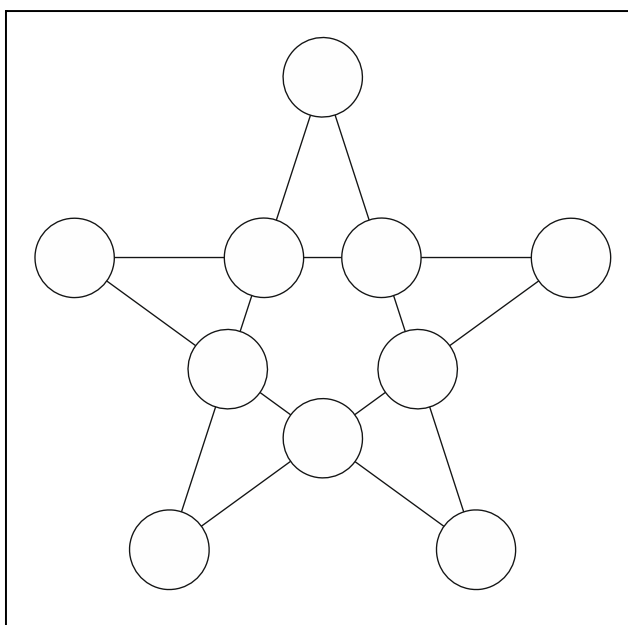
Fitxa per dibuixar els dos enneagrams (enneàgons estrellats)

Alguns poliedres amb cares que siguin polígons estrellats

3. Activitats

Activitat 1: Calcular quants polígons regulars hi ha d'un cert nombre de vèrtexs, dibuixar-los i calcular l'angle del polígon. Aquesta activitat es farà per a diversos nombres, per exemple per al 9 i 15.

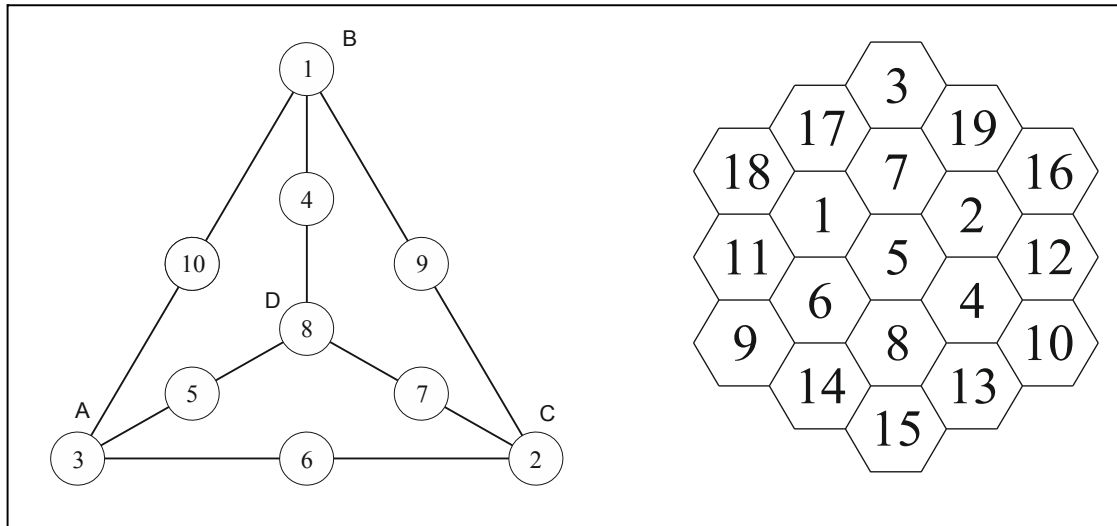
Activitat 2: Fer el pentàgon regular estrellat màgic. Es tracta de posar els nombres següents 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 i 11 dins de cada cercle de manera que la suma dels nombres que hi ha a tots els cercles de cada costat sumi 24.



Fitxa que els assistents hauran d'omplir posant a cada cercle un nombre per fer el pentàgon màgic

Activitat 3: Fer un cub màgic i un tetraedre màgic a partir dels diagrames de Schlegel. En el cub es tracta de posar els nombres de l'1 al 8 a cada vèrtex, de manera que la suma dels vèrtex de cada cara sigui 18. Al tetraedre es tracta de posar els nombres de l'1 al 10 a cada vèrtex i a cada punt mig de cada una de les 6 arestes, de manera que els nombres que hi ha a cada cara sumi 31.

Activitat 4: Fer l'hexàgon regular màgic. Es tracta de posar els nombres de l'1 al 19 dins de 19 hexàgons regulars que tots junts formen un hexàgon de costat 3, de manera que totes les files horitzontals i inclinades formades per 3, 4 o 5 hexàgons sumin 38. A la fitxa ja hi haurà tres nombre col·locats.



Solució del tetraedre màgic i de l'hexàgon màgic

4. Temporització

10 minuts per tal que l'autor expliqui els poliedres estrellats i alguna anècdota com la proporció àuria al pentàgon estrellat o els dies de la setmana a l'heptàgon estrellat

25 minuts per tal que els assistents facin l'activitat 1

10 minuts per tal que l'autor mostri poliedres estrellats, i per a que mostri algun quadrat màgic i l'hipercub màgic.

30 minuts per tal que els assistent facin les activitats 2, 3 i 4

5. Reflexió metodològica

L'activitat 1 es pot portar a l'aula per a alumnes de primer cicle de l'ESO, Hi ha una relació entre descomposició factorial de nombres i nombres primers entre si amb els polígons estrellats. L'alumne veu un cas pràctic i lúdic del tema de nombres naturals. Es repassen els conceptes d'angle interior i inscrit. Als alumnes també se'ls pot fer reflexionar sobre la proporció àuria i la relació que hi ha entre l'heptàgon estrellat, els planetes i els dies de la setmana.

L'activitat 2 és una activitat complementària de l'activitat 1 i es pot portar a l'aula per a alumnes de primer cicle com també per a alumnes de cicle superior de primària. És un exercici de sumes.

L'activitat 3 es pot portar a l'aula amb alumnes de segon cicle de l'ESO o batxillerat. Es treballa el diagrama de Schlegel amb dos cossos senzills que seria el pas de dimensió 3 a dimensió 2: En el cas del tetraedre caldria distingir els nombres que es posen als

Taller

Polígons estrellats, nombres primers entre si, cubs màgics, estrelles màgiques i similars

vèrtexs dels del costat mig de cada aresta. Els primers es compten amb tres triangles i els segons només amb 2. Com a pràctica complementària es pot demanar als alumnes que dibuixin el diagrama de Schlegel d'un octaedre o d'una piràmide

L'activitat 4 es pot portar a l'aula per als alumnes de l'ESO, si es donen dades complementàries és un exercici de sumes i també es pot aprofitar com un exercici de mosaics i de nombres hexagonals. Es pot fer reflexionar sobre quins són els nombres hexagonals i per als alumnes de 4 d'ESO, que podrien trobar el terme general de la successió de nombres hexagonals

6. Conclusions finals

Són unes activitats que relacionen els nombres naturals amb la geometria, el primer tema és abstracte i el segon és molt visual i és una manera de veure els nombres naturals d'una manera molt amena.

7. Bibliografia

<http://www.angelfire.com/ab6/imuhtuk/gdmans/poligrams.htm>

<http://www.magic-squares.net/>

<http://mathworld.wolfram.com/Polygram.html>

<https://matemelga.wordpress.com/2015/10/01/el-hexagono-magico/>