

El laboratori de matemàtiques com a entorn d'aprenentatge

Persona o persones inscrites al Congrés que presenten la comunicació:

Jordi Font Gonzàlez

Ins Baix a Mar Vilanova i la Geltrú (jfont@iesbaixamar.com)

Roger Grau Roca

Ins Baix a Mar Vilanova i la Geltrú (rgrau@iesbaixamar.com)

Resum de la comunicació

Experimentació, descoberta, conceptuació i demostració o formalització. Aquestes són les quatre etapes que un bon recurs didàctic hauria de tenir. On ho fem? Com ho fem? Què utilitzem? Aquestes preguntes, entre d'altres, són el punt de partida del laboratori Maria Antònia Canals de l'Institut Baix a mar. El laboratori és un espai on l'alumnat té disponible material per experimentar. El laboratori és un espai on l'alumnat pot treballar conjuntament. El laboratori és un espai de crear noves matemàtiques. El laboratori és ... el que us calgui! Com hem creat el nostre laboratori? Què ens ha calgut? Quins problemes hem tingut? Què i com treballem en el laboratori? No descobrirem la sopa d'all però us compartirem la nostra recepta!

PARAULES CLAU: laboratori, materials, pràctica_productiva

1. Contextualització del laboratori

La competència matemàtica, tal com es defineix al currículum, abasta una gran varietat d'habilitats i coneixements que s'han de desenvolupar als centres educatius. A secundària es concreten en 12 competències matemàtiques agrupades en 4 dimensions (resolució de problemes, raonament i prova, connexions i, comunicació i representació).

Per tal d'acomplir els objectius que determina el currículum, des del departament de matemàtiques de l'Institut Baix a Mar vam creure que seria molt interessant disposar d'un espai adequat per tal de realitzar unes matemàtiques més riques que fomentin l'assoliment de les competències. Un entorn basat en l'aprenentatge compartit i l'ús e materials manipulatiu matemàtics. A nivell més concret vam marcar-nos els següents objectius:

- Disposar ordenadament de materials d'àmbit matemàtic en blocs de continguts.
- Facilitar l'accés del professorat i de l'alumnat als materials manipulatiu matemàtics.
- Potenciar i facilitar la creació de materials matemàtics.
- Fomentar l'autonomia de l'alumne en la resolució de problemes.
- Disposar d'un entorn adequat de treball cooperatiu i flexible.

D'acord amb els documents de desenvolupament de les **Competències bàsiques de l'àmbit matemàtica**¹ i també seguint la proposta de l'Anton Aubanell del document d'**Orientacions pràctiques per a la millora de la geometria a secundària**², les activitats matemàtiques han de permetre viure en primera persona la matèria seguint, aproximadament, les següents etapes:

- **Experimentació:** explorar, establir contacte amb les idees que estan en joc, temptejar, fer proves, prendre mesures, comparar, contrastar, manipular, construir, etc.

¹ Podeu consultar el document complet en el següent enllaç:

<http://ensenyament.gencat.cat/web/.content/home/departament/publicacions/colleccions/competencies-basiques/eso/eso-matematic.pdf>

² Podeu consultar el document complet en el següent enllaç:

<http://xtec.gencat.cat/web/.content/alfresco/d/d/workspace/SpacesStore/0035/14114b3a-7752-46c4-9ccb-46542a9b680c/quaderns31orientacions.pdf>

- **Descoberta:** observar una regularitat experimental, sovint sorprenent, que apareix en proves successives. No es tracta d'un coneixement que ve de fora sinó d'una descoberta personal, resultat de l'experiència.
- **Conceptuació:** posar en comú allò que s'ha descobert, perfilar bé la idea, sentir-la com a pròpia, esforçar-se a expressar-la correctament, arribar a una formulació compartida.
- **Demostració o formalització:** passar de la conjectura descoberta a la propietat demostrada a partir d'un raonament lògic. En alguns casos, la demostració no caldrà o no serà possible amb les eines conceptuals de què es disposa o no millorarà la comprensió de la idea i ens quedarem amb la constatació experimental.

Per tots els motius exposats anteriorment i d'acord amb els objectius fixats, el fet de disposar d'un espai especialitzat de matemàtiques ens permetia caminar cap a unes activitats molt més riques i més competencials. És necessari comentar que la matèria de matemàtiques, en el nostre centre, està completament enfocada amb un aprenentatge basat en la resolució de problemes, fugint de les activitats més calculístiques i repetitives, que fomentin l'autonomia de l'alumne, la investigació i la cooperació entre companys (les classes de tipus magistral són minoritàries).

Aquest és el punt de partida inicial de l'espai que rep el nom de **Laboratori de Matemàtiques M. Antònia Canals**. El perquè de la denominació final de **laboratori** la trobem en la descripció que fa l'Anton Aubanell en la seva llicència d'estudis³:

“Moltes de les activitats pràctiques que s'esmenten en el nostre treball poden ser realitzades a la classe habitual però, en molts de casos, sembla més eficient realitzar-les en un entorn de laboratori específic. Per aquesta raó creiem que el present treball ha de dedicar una atenció especial a aquest entorn. En primer lloc potser caldria justificar el per què hem optat per emprar l'expressió laboratori de matemàtiques en lloc de les expressions taller de matemàtiques o d'aula de matemàtiques. No sembla que aquesta qüestió de nomenclatura sigui essencial però tal volta el mot laboratori –que entronca també amb una rica tradició acadèmica i que etimològicament prové del terme llatí labor que significa treball– suggereix un tipus d'activitat més ampli que el mot taller (sovint associat a tasques de construcció amb un fort accent tecnològic) i més concret que el mot aula (molt genèric i, per tant, poc descriptiu). Naturalment aquesta elecció pot ser

³ Anton Aubanell Pou IES Sa Palomera (Blanes) Recursos materials i activitats experimentals en l'educació matemàtica a secundària. Supervisor: Claudi Alsina Català Universitat Politècnica de Catalunya

discutible però el que ens sembla important no és tant el nom com el concepte que representa. “

Que el nostre laboratori porti el nom de **Maria Antònia Canals** (mestra, matemàtica i referent en relació a l'aprenentatge a través de materials manipulatiu) pretén ser un humil i modest homenatge a aquesta gran pedagoga catalana. El 24 de febrer de 2016 varem realitzar una “inauguració oficial” del laboratori amb la presència de la pròpia Maria Antònia Canals, que va oferir una xerrada per a mestres de primària de la comarca del Garraf que portava per títol **“Què és educar tot fent matemàtiques?”**.



La Maria Antònia Canals en el dia de la inauguració

2. Procés de construcció

Per tal de poder començar a utilitzar el laboratori de matemàtiques el curs 2015/16 es van establir les següents etapes:

1. Proposta del projecte a l'equip directiu (durant el curs 2014/15)

Per posar en marxa el projecte, des del departament de matemàtiques vam presentar un informe tot exposant la necessitat de la creació del laboratori. En l'informe es detallava les característiques que havia de tenir l'espai, els materials inicials necessaris per iniciar el projecte i una justificació metodològica.⁴

⁴ Podeu consultar el document complet en el següent enllaç:

<https://docs.google.com/document/d/1X3S4DOsrTtAQ8QtAST8k6WoP4FpB2eQ7bHhHwejnMv8/edit?ts=57519b01>

2. Disseny de l'espai i proposta de materials a comprar i construir (durant el curs 2014/15)

Alguns elements que es van considerar essencials van ser la presència de taules grans per fomentar el treball en grup, disposar de projector i una pissarra blanca, tenir un gran suro i una zona de prestatgeries per tal de que l'alumne tingués el material sempre a mà i no s'hagués d'anar obrint i tancant armaris.

a. El material inicial

Un altre qüestió a tenir en compte era pensar quins materials manipulatius s'havien de comprar i quins es construïen. Per prendre aquestes decisions, des del departament de matemàtiques, es van plantejar (i es segueixen plantejant) les següents qüestions:

- Preu: hi ha materials que el seu preu el fan molt difícil d'adquirir. Aleshores, la pregunta és: Cal comprar-lo?
- Constructivitat: és difícil construir-lo? Aporta algun aprenentatge el construir-lo? Puig Adam deia que la pròpia construcció d'un material, sovint, portava intrínsec un elevat índex d'aprenentatge.
- Precisió: en cas de ser construït, el resultat final serà prou bo per tal de ser "didàctic"? Hi ha materials que han de ser molt precisos i que, en cas de no ser-ho, perden el seu valor didàctic.

Partint d'aquestes premisses, el departament va creure oportú comprar el següent material:

- Numeració i càlcul: reglets de la M. Antònia Canals i multicubs.
- Canvis i relacions: joc multibase i balances.
- Mesura: cintes mètriques, pesos, regles, escaires, cartabons i semicercles graduats (petits i de pissarra).
- Espai i forma: cossos geomètrics transparents, jocs de tesselacions i geoplans (tot i que també n'hem construït)
- Estadística i atzar: cartes, daus variats i ruletes.
- Material fungible: tisores, cinta adhesiva, cola, retoladors, grapadora, ...

Vam decidir que, a mida que fos necessari, l'alumnat anés construint la resta de materials.

3. **Construcció del laboratori** (última setmana de juny i mes de juliol del 2015)

El laboratori es va construir un cop va acabar el curs 2014/15. Òbviament va generar implicació del professorat de matemàtiques durant el mes de juliol. Una de les propostes que es va realitzar va ser que els alumnes amb la matèria de matemàtiques pendent de superació, podia venir durant el juliol per crear materials. Aquest treball se li comptabilitzaria positivament en la seva recuperació de setembre.

4. **Realització d'activitats** (curs 2015/16)

A partir del setembre de 2015 els alumnes ja van començar a passar pel laboratori esdevenint un dels seus espais de treball. El 24 de febrer de 2016 es fa una inauguració oficial amb conferències de l'Anton Aubanell pels alumnes i de la Maria Antònia Canals per a mestres⁵. Paral·lelament a les activitats diàries i girant entorn al laboratori, el centre ha organitzat un recull de fotografies de caràcter matemàtic⁶ i ha realitzat un taller d'anamorfismes⁷. En un futur, aquest espai ha d'esdevenir un motor d'activitats matemàtiques vinculades al centre i, per què no, a la comunicat educativa. Cal destacar que aquest any el Baix a mar ha organitzat la fase prèvia de la Copa Cangur.

3. Proposta didàctica

El laboratori de matemàtiques està organitzat de tal manera que tots els alumnes d'ESO poden passar dues hores setmanals pel laboratori. Tenint en compte les assignacions horàries de cada curs, això significa que els alumnes de 1r d'ESO poden estar-hi el 66% del seu horari al laboratori i la resta de cursos (de 2n a 4t) el 50%.

La idea és que el laboratori de matemàtiques és una extensió de l'aula ordinària i que per tant, no es realitzen activitats diferenciades de les que es farien a l'aula ordinària. La seqüència didàctica està pensada com un tot, i si convé, es treuen materials del laboratori

⁵ Més endavant es troben propostes d'activitats realitzades durant el present curs al laboratori.

⁶ Podeu consultar més fotografies lliurades en l'enllaç:

<http://matematiquesmarines.blogspot.com.es/2016/04/fotografia-matematica.html>

⁷ Podeu consultar més informació del taller en l'enllaç:

<http://matematiquesmarines.blogspot.com.es/2016/01/taller-danamorfisme.html>

i es porten a l'aula. Tot i això, cal pensar que determinades activitats són convenientes que es facin al laboratori.

Els alumnes es poden asseure en grups, tot i que el treball no sempre és grupal, ja que també hi ha tasques individuals.



Alumnes de 2n d'ESO experimentant i compartint en el laboratori.

Per tant, podem dividir les activitats que es fan al laboratori en cinc grans grups:

1. **Activitats/problemes que es fan a la "llibreta"**: activitats de perfil més clàssic, sovint de caràcter individual, però que sempre parteixen d'algun problema o situació conflictiva. L'aprenentatge sempre es basa a partir del problema i de que sigui el propi alumne el que busqui i investigui la millor manera de resoldre'l. Un cop resolt, l'alumne pot cercar generalitzacions del problema o propietats matemàtiques generals.

Exemples: Sumes amb gomets, Equacions de 2n grau, Anem a fer llimonada, On invertirem?, ...

2. **Jocs**: activitats de caràcter més lúdic on es treballa la matemàtica a partir del joc. Sovint s'utilitzen per introduir i familiaritzar-se amb conceptes matemàtics. De forma natural, en alguns casos, l'alumnat cerca estratègies guanyadores (activitat d'un alt nivell didàctic).

Exemples: Tres en ratlla d'enters, Enfonsar la flota polar, Quatre en quadrat, ...

3. **Propostes d'investigació amb materials:** activitats d'investigació amb presència de materials manipulatius. Aquest perfil d'activitats intenta buscar el conflicte matemàtic i aconseguir assolir generalitzacions del problema. És una tipologia d'activitats que sovint es realitza amb grup i que la durada acostuma a ser de diversos dies. Després de treballar amb els materials és molt important que l'alumne traslladi les conclusions obtingudes a la llibreta o tauleta.
Exemples: Balances, Un tangram diferent, Mirall mirallet, Quina alçada fa el gimnàs?, Experiments probabilístics, Triangle de Pascal amb enters, Prismes amb policubs, ...
4. **Projectes:** o, popularment, anomenats treballs. Activitats de diversos dies de durada i quasi sempre en grup. Es demana als alumnes la creació d'alguna producció en concret i un dossier amb tot el treball realitzat que inclogui càlculs, esbossos, metodologia, conclusions... Sovint, aquests projectes fins i tot constitueixen una unitat didàctica completa.
Exemples: Vitralls funcionals, Big data amb Quality Time, Disseny d'un logotip, Eix d'història de les matemàtiques, La maqueta de l'institut, ...
5. **Construcció de materials:** activitats que tenen com a objectiu la construcció d'un material matemàtic. Aquesta tipologia d'activitats és interessant si la pròpia construcció incorpora un procés matemàtic interessant. Aquesta tipologia és la que menys hem utilitzat durant el curs.
Exemples: màquina de Galton, Puzzles geomètrics, Geoplans, Poliedres amb bricks, ...

En l'apartat d'annexos hi ha una mica més detallades alguna de les activitats enunciades en els cinc apartats anteriors⁸. A part, cal afegir els meravellosos problemes del concurs Fem matemàtiques i + Mates.

Atenció a la diversitat

Com ja s'ha comentat anteriorment, el laboratori és una extensió de l'aula ordinària, per tant les activitats que s'hi fan, esdevenen un tot en la programació. La manera de tractar l'atenció a la diversitat de la matèria és la dissenyar activitats on tots els alumnes hi tinguin accés. D'aquesta manera no es realitzen, en general, activitats diferents per aquells alumnes amb dificultats d'aprenentatge: la idea és que cada alumne "estiri" al màxim l'activitat en funció de les seves capacitats o interessos. És molt important el guiatge del professor per tal d'assolir tal objectiu.

<http://matematiquesmarines.blogspot.com>

4. Conclusions finals

El camí en l'aprenentatge de l'alumne es podria comparar a fer la compra al mercat: un surt de casa amb la bossa buida i, a mida que va passant per les parades, va omplint-la amb productes diferents i variats. Què passaria si en anar al mercat on s'anés només hi haguessin carnisseries o fruiteries? No cal ser dietista per veure que la dieta sortiria pobre i desequilibrada. De la mateixa manera, hem de pensar amb les nostres classes: unes classes amb activitats i recursos poc variats faran que "l'estómac" dels nostres alumnes no s'ompli prou bé. Per tant, el docent ha de planificar seqüències d'activitats ben enllaçades i variades per tal que "bossa de la compra" dels nostres alumnes acabi el més plena possible.

La possibilitat que els centres educatius disposin d'un laboratori de matemàtiques fa que el seu gran mercat millori la varietat del menú dels seus alumnes. Aquests entorn, amb una bona elecció d'activitats properes i obertes, farà que, molt possiblement, la **motivació** de l'alumne estigui en constant tensió. Per part dels equips directius, la inversió per posar en marxa un espai d'aquestes característiques no és molt alta: escollir un espai amb unes mínimes condicions per crear ambient on les matemàtiques flueixin de manera natural. A partir d'aquí, les necessitats i disponibilitat econòmica faran possible disposar de més o menys material manipulatiu. No obstant, la creació pròpia de material té una alta riquesa educativa. Disposar d'un ventall de material dels dos tipus farà guanyar molts punts al nostre laboratori.

No obstant, la posada en marxa i el dia a dia del laboratori no sempre és un camí de roses. Mantenir l'ordre en un laboratori actiu no sempre és fàcil: disposar d'un responsable del laboratori és important (de la mateixa manera que hi ha responsable de laboratori de ciències o de taller de tecnologia). Un altre aspecte a destacar és el diferent ús (o no ús) de l'espai. Pot ser que en un centre educatiu, la diversitat de professorat sigui molt àmplia (vaja, com amb els nostres alumnes). Aquesta diversitat no s'ha d'entendre com un obstacle en l'esdevenir del laboratori: és una oportunitat per fomentar el debat en la metodologia de l'ús de l'espai. Un debat ben ric farà que la didàctica en l'aula sigui més rica i variada. Caldrà doncs, que aquell professorat més precabut s'encomani de l'entusiasme i l'energia d'aquell que no ho és tant. D'altra banda, aquell docent més engrescat caldrà que reflexioni el com l'utilitza. La constant reflexió farà assentar uns fonaments més sòlids de les nostres sessions.

La comunicació que ara conclou pretén ser un recull de l'experiència del departament de matemàtiques de l'Institut Baix a mar en la posada en marxa i el dia a dia del laboratori Maria Antònia Canals. Esperem que aquest document serveixi per tal que altres centres es

proposin i tirin endavant el seus propis laboratoris. Caldrà doncs que s'encomanin de la il·lusió que hi hem posat en el nostre centre i que, en el cas que apareguin obstacles en el camí, es vagin superant. És important no perdre de vista les darreres frases de l'Anton Aubanell de la seva llicència d'estudis: “[...] Però ningú s’ha d’angoixar per la seva manera de caminar! El que ens ha de preocupar és estar aturats!”

5. Bibliografia

ARC [en línia]. <http://apliense.xtec.cat/arc/> [Consultat: maig, 2016]

Aubanell i Pou, Anton. *Recursos materials i activitats experimentals en l'educació matemàtica a secundària*. Supervisor: Alsina Català, Claudi. Memòria de la llicència d'estudi retribuïda corresponent al curs 2005-2006 en l'especialitat de Matemàtiques

Aubanell i Pou, Anton. *Orientacions pràctiques per a la millora de la geometria*. Direcció General d'Educació Secundària Obligatòria i Batxillerat. Abril 2015.

Barba Uriach, David, Calvo Pesce, Cecilia i Cerezo, Ana. *PuntMat* [en línia]. <http://puntmat.blogspot.com.es/> [Consultat: abril, 2016]

Canals i Tolosa, M. Antònia. *GAMAR* [en línia]. <http://www.udg.edu/tabid/17145/language/ca-ES/Default.aspx> [Consultat: maig, 2016]

del Moral Carmona, Sergi. *Jo aprenc, tu aprens, nosaltres aprenem*. <http://www.sergidelmoral.net/> [Consultat: maig, 2016]

Generalitat de Catalunya. *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic*. Elaboració: Direcció General d'Educació Secundària Obligatòria i Batxillerat. Edició: Servei de Comunicació i Publicacions. 2a edició actualitzada: novembre de 2015

Institut Baix a mar. *Matemàtiques a l'INS Baix a mar* [en línia]. <http://matematiquesmarines.blogspot.com.es/> [Consultat: maig, 2016].

Jareño Ruiz, Joan. *Calaix +ie* [en línia]. <http://www.xtec.cat/~jjareno/> [Consultat: abril, 2016]

NRICH [en línia]. <http://nrich.maths.org/frontpage> [Consultat: abril, 2016]

Pólya, George. *How to Solve It*. Princeton University Press, 1945. ISBN 0-691-08097-6.

Puig Adam, Pere. *Didáctica matemática eurística*. Instituto de formación del profesorado de enseñanza laboral, 1952.