

## Què recorden del què han après de matemàtiques els estudiants que accedeixen als graus de mestre?

**Aitor Villarreal<sup>1</sup>, Jordi Deulofeu<sup>2</sup>, Mercè Pañellas<sup>3</sup>, Montserrat Prat<sup>4</sup>,  
Isabel Sellas<sup>5</sup>, Núria Gorgorió<sup>6</sup>**

<sup>1</sup> Dept. de Didàctica de les Matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona, Bellaterra, [aitor.villarreal@uab.cat](mailto:aitor.villarreal@uab.cat)

<sup>2</sup> Dept. de Didàctica de les Matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona, Bellaterra, [jordi.deulofeu@uab.cat](mailto:jordi.deulofeu@uab.cat)

<sup>3</sup> Dept. d'Educació, Universitat Ramon Llull, Barcelona, [mercepv@blanquerna.url.edu](mailto:mercepv@blanquerna.url.edu)

<sup>4</sup> Dept. de Didàctica de les Matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona, Bellaterra, [montserrat.prat@uab.cat](mailto:montserrat.prat@uab.cat)

<sup>5</sup> Dept. de Didàctica de les Arts i de les Ciències, Universitat de Vic – Universitat Central de Catalunya, Vic, [isabel.sellas@uvic.cat](mailto:isabel.sellas@uvic.cat)

<sup>6</sup> Dept. de Didàctica de les Matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona, Bellaterra, [nuria.gorgorio@uab.cat](mailto:nuria.gorgorio@uab.cat)

### Resum de la comunicació

En aquesta comunicació, presentem l'examen de competència logicomatemàtica de la Prova d'Aptitud Personal per a l'accés als graus de mestre a partir del curs 2017-18, establim el significat de Coneixement Matemàtic Fonamental, i presentem el procés de validació d'una prova per a avaluar-lo. Els resultats del procés de validació ens permeten identificar llacunes en el coneixement matemàtic inicial dels estudiants que accedeixen als graus de mestre.

**PARAULES CLAU:** Prova d'accés dels estudiants per mestre, formació inicial de mestres, coneixement matemàtic fonamental.

Altres persones autores d'aquest treball: Lluís Albarracín Dept. de Didàctica de les Matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona, Bellaterra, [lluis.albarracin@uab.cat](mailto:lluis.albarracin@uab.cat)

Aquests materials estan sota una llicència Creative Commons 4.0 Internacional del tipus 

## 1. Introducció

El 6 de novembre de 2013 s'estableix un conveni de col·laboració entre la Generalitat de Catalunya, a través de la Secretària d'Universitats i Recerca del Departament d'Economia i Coneixement i les universitats catalanes amb graus de magisteri, per al desenvolupament del Programa de Millora i Innovació en la Formació de Mestres –MIF– (veure <http://mif.cat/410-2/>). El Programa es desenvoluparà durant cinc cursos acadèmics a partir del curs 2013-14.

En el context del programa MIF, el Govern de la Generalitat i les universitats acorden establir una Prova d'Aptitud Personal (PAP) obligatòria i comuna per accedir als graus en Educació Infantil i en Educació Primària. D'aquesta forma, el Consell Interuniversitari de Catalunya (CIC) va aprovar, amb data 30 de gener de 2014, la incorporació de la PAP i, posteriorment, les facultats van aprovar incloure en les memòries d'aquests graus la superació de la PAP com a requisit d'ingrés.

Per al curs 2014-15, es va establir que la PAP es consideraria superada a través de l'obtenció d'una nota igual o superior a 5 com a resultat de la mitjana aritmètica dels exercicis de llengua catalana i llengua castellana de la fase general de les PAU, sempre que ambdues fossin iguals o superiors a 4. El 15 de desembre de 2014, el CIC va arribar a un acord, promogut des del Programa MIF, per avançar cap a una PAP específica. L'acord estableix que, a partir del curs 2017-18 inclòs, per accedir al grau en Educació Infantil, al grau en Educació Primària i al doble grau en Educació Infantil i Primària impartits per les universitats públiques i privades del sistema universitari català, els candidats hauran de superar una PAP que avaluarà, entre d'altres aspectes, la competència logicomatemàtica.

El 26 de maig la Comissió d'Accés i d'Afers d'Estudiants del Consell Interuniversitari de Catalunya aprova la proposta d'examen de matemàtiques de la PAP preparada des de l'equip que desenvolupa el projecte 2014ARMIF-00041.

## 2. Coneixement per a l'ensenyament de les matemàtiques i CMF

En les tres últimes dècades s'han desenvolupat diversos models teòrics relatius a les diferents formes de coneixement necessari per ensenyar matemàtiques, atenent a les necessitats específiques de l'ensenyament. No obstant això, és molt menor l'atenció que s'ha prestat a la recerca centrada a establir quin és el coneixement matemàtic amb que els estudiants arriben als programes de formació del professorat (Linsell i Anakin, 2012).

En parlar del coneixement del docent de matemàtiques hem d'iniciar la nostra revisió per la caracterització proposada per Shulman (1986) en la qual apunta que han de considerar-se el coneixement de la matèria, el coneixement pedagògic del contingut i el coneixement del currículum. Segons aquest autor, el coneixement de la matèria va més enllà del coneixement dels fets o els conceptes, requereix entendre les estructures de la disciplina a ensenyar. Ma (1999) suggereix la noció de coneixement profund de les matemàtiques fonamentals, descrivint el caràcter particular del coneixement disciplinar en matemàtiques com alguna cosa fonamental, tant en el sentit de primari i elemental, com en el sentit de coneixement profund i extens dels conceptes i les seves interconnexions.

Què recorden del què han après de matemàtiques els estudiants que accedeixen al grau de mestre?

Rowland (2008), a partir d'observacions de classes de matemàtiques, proposa el *quartet de coneixement* amb 4 dimensions: fonamentació, transformació, connexió i contingència. La dimensió fonamentació inclou, entre uns altres, el coneixement proposicional en el qual els professors recolzen la seva pràctica. Baumert et al. (2010) han posat de manifest que el coneixement pedagògic del contingut és una influència decisiva tant en la qualitat de la instrucció com en la millora de la qualitat de l'aprenentatge dels alumnes. No obstant això, assenyalen que el desenvolupament del coneixement pedagògic del contingut requereix del coneixement del contingut matemàtic.

A Castro, Mengual, Prat, Albarracín i Gorgorió (2014) presentàvem una primera definició de CMF com el coneixement disciplinar en matemàtiques necessari per seguir amb aprofitament les matèries de matemàtiques i de didàctica de les matemàtiques, prenent en compte els requeriments de la pràctica professional i les competències matemàtiques pròpies de l'Educació Primària. El CMF seria aquell coneixement disciplinar inicial a partir del com durant la seva formació l'estudiant, a través dels cursos de matemàtiques i la seva didàctica i de les pràctiques, construiria el coneixement del contingut matemàtic i el coneixement pedagògic del contingut necessaris per iniciar-se en la pràctica professional. El CMF és el coneixement disciplinar que els professors en les facultats prenem com a punt de partida, basats en un coneixement profund de les matemàtiques elementals, els fonaments que sostenen l'aprenentatge matemàtic i permeten que els diferents elements de la seva didàctica constitueixin una estructura robusta.

No existeix un acord explícit sobre quins són els aspectes essencials, ni hi ha instruments compartits per determinar fins a quin punt els nostres estudiants posseeixen aquest coneixement. No obstant això, estariem d'acord en què a l'inici de la seva formació podem exigir-los que coneguin els aspectes bàsics de les matemàtiques elementals, encara que no hagin elaborat un teixit complet de relacions entre conceptes, procediments i estructures. Des d'aquesta perspectiva, el CMF seria una part del coneixement del contingut definit per Shulman. D'altra banda, creiem que podem exigir que els nostres estudiants coneguin la base matemàtica i el domini de la terminologia, corresponents al seu propi procés d'escolarització. Per això, podem considerar el CMF com a part del component fundació del *quartet de coneixement* de Rowland.

El coneixement comú del contingut, com a element del coneixement de la matèria, és aquell coneixement que tot adult instruït en matemàtiques hauria de tenir i que s'utilitza en una àmplia varietat d'entorns, no sent exclusiu de la professió docent. Atès que els nostres estudiants han superat les etapes d'escolarització prèvies, té sentit esperar que quan arriben als nostres graus siguin adults instruïts en matemàtiques.

La nostra interpretació del CMF s'aproxima a la que proposen Linsell i Anakin (2012) del coneixement del fonament del contingut dels estudiants que inicien la seva formació com a mestres. El coneixement del fonament del contingut inclou, enllaçats de manera inseparable, coneixements conceptuals i procedimentals. Les característiques d'aquest coneixement estan relacionades, entre altres aspectes, amb la capacitat per modelitzar, raonar i confirmar, usar múltiples representacions, generalitzar, treballar amb nombres reals i conèixer fets bàsics. Aquests autors qüestionen que el coneixement amb el qual els estudiants arriben a la seva formació inicial com a mestres sigui adequat i suficient per construir i desenvolupar el coneixement necessari per a l'ensenyament. D'altra banda, existeixen estudis que posen de manifest que el coneixement disciplinar en matemàtiques

Què recorden del què han après de matemàtiques els estudiants que accedeixen al grau de mestre?

dels estudiants que inicien la seva formació com a mestres, construït durant la seva pròpia escolarització, fins i tot en els casos més satisfactoris, és insuficient per ensenyar matemàtiques en Primària (Stephens, 2003).

En el nostre projecte introduïm el concepte de CMF amb una doble intenció. D'una banda, a partir de criteri d'experts, intentem fixar un acord sobre el contingut que considerem imprescindible per a l'inici de la formació de mestres i, per una altra, pretenem desenvolupar un instrument que permeti verificar si els candidats als graus de mestre tenen un CMF suficient per iniciar-los.

#### a. **Coneixement Matemàtic Fonamental**

La prova de competència logicomatemàtica de la PAP per a l'accés als graus de mestre hauria d'estar estretament relacionada amb el concepte de CMF, per la qual cosa en aquests moments estem intentant conjugar dos processos. D'una banda, com a grup de recerca, vam seguir treballant per avançar en la concreció i caracterització del CMF. Per una altra, tenim l'encàrrec de dissenyar la prova de competència lògicomatemàtica de la PAP. Inicialment l'instrument d'avaluació del CMF no estava destinat a ser part d'una prova d'accés, no obstant això, el camí avançat fins avui i l'estudi pilot per a l'avaluació del CMF ens donen informació que pot ser útil per plantejar l'examen de competència logicomatemàtica de la PAP.

Entenem per competència matemàtica la capacitat per utilitzar coneixements matemàtics de manera transversal en situacions i contextos matemàtics i no matemàtics. La competència matemàtica va més enllà del coneixement de procediments, es manifesta en l'ús de coneixement conceptual en diferents situacions pràctiques. Crooks i Alibali (2014) organitzen el coneixement conceptual en coneixement dels principis generals i coneixement subjacent als procediments. El primer es refereix al coneixement de regles, definicions i connexions i de l'estructura del domini. El segon implica saber perquè certs procediments funcionen per determinats problemes, quin és el propòsit de cada pas d'un procediment, i conèixer les connexions entre aquests passos i els seus fonaments conceptuals.

La competència matemàtica d'una persona es recolza en el domini d'elements de caràcter conceptual i requereix la capacitat d'usar coneixement de caràcter formal i explicitable, juntament amb coneixement tàcit. El coneixement explicitable pot ser avaluat de diferents formes –qüestionaris escrits, observació, entrevistes– mentre que el coneixement tàcit, el que entra en joc en les situacions de la pràctica, resulta difícilment evaluable en una prova escrita. Per això, sembla clar que una PAP únicament pot avaluar aquella part de la competència matemàtica corresponent al coneixement de caràcter formal explicitable. Haurem de restringir-nos doncs a l'avaluació del coneixement conceptual a través d'exercicis i problemes referits al coneixement de principis generals i al coneixement subjacent als procediments.

El Consell del Programa MIF, ha establert que la PAP té únicament una funció discriminatòria, sent la seva qualificació APTE/NO APTE, i es planteja la prova amb una triple finalitat. En primer lloc, es vol assegurar que tots els estudiants que inicien els graus de mestre tinguin un coneixement matemàtic mínim, discriminant possibles limitacions funcionals. D'altra banda, es pretén enviar un missatge als estudiants de Batxillerat i

Què recorden del què han après de matemàtiques els estudiants que accedeixen al grau de mestre?

Cicles Formatius que volen, indicant-los que han de preparar-se si volen accedir a un grau de mestre. S'intenta fomentar que els estudiants treballin amb antelació a la prova per poder superar possibles limitacions transitòries. Finalment, a través d'un augment progressiu del nivell d'exigència de la prova, s'espera que el nivell de coneixements dels alumnes al moment de l'accés augmenti amb el temps.

En aquest punt creiem important explicar què entenem per limitació funcional i limitació transitòria. Per a això utilitzarem dos exemples. La figura 1 mostra la resposta d'un alumne en una pregunta de la prova pilot en la qual necessitava calcular la superfície d'un cercle de radi 6 cm.

$\pi r^2 \quad r=6$   
 $3,14 \times 36 = 108,504$   

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 36 \\ \hline 84 \\ 420 \\ \hline 504 \end{array}$$
  

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 3 \\ \hline 108 \end{array}$$

Fig. 1: Resposta d'un alumne en calcular l'àrea d'un cercle de radi 6 cm.

Observem que recorda correctament la fórmula, però no utilitza unitats ni quan estableix la longitud del radi, ni quan escriu el resultat. Considerem que aquestes omissions responen a limitacions transitòries, possiblement degudes a oblit, que l'estudiant podrà superar amb poc esforç després d'una revisió dels errors. No obstant això, veiem que l'alumne tracta la coma decimal com si "separés completament" la part sencera de la part decimal en l'expressió dels decimals. Considerem que aquest error reflecteix una limitació funcional; possiblement, aquest alumne durant la seva escolarització no ha aconseguit construir un mínim significat per al sistema de numeració decimal i la seva notació.

$1 \text{ — } 16$   
 $\times \text{ — } 54$   
 $5,4 \overline{) 16}$   
 $3 \ 8 \ 11,11$   
 $2,2$   
 $0 \ 6$   
 $\text{a}$   
 Són necessaris  
 11 adults

Fig. 2: Resposta d'un alumne al problema dels adults necessaris per la sortida escolar

La figura 2 mostra la resposta d'un alumne al resoldre el problema següent: "Quan es fa una sortida escolar es necessari que els infants vagin acompanyats per adults. Cada adult pot ser responsable, com a màxim, d'un grup de 16 infants. En una sortida de 54 infants, quants adults són necessaris per acompanyar-los?" Aquest alumne utilitza la regla de tres per plantejar el problema i determinar les operacions que són necessàries per resoldre'l. Malauradament, la seva resposta posa de manifest que no només no recorda el procediment per calcular una divisió, fet que respondria a una limitació transitòria, sinó

que no ha escollit el primer natural més gran que el quocient de la divisió, ni tampoc es qüestiona la validesa del resultat obtingut, fets que indicarien una limitació funcional. Si la finalitat de la PAP és discriminar limitacions, sembla evident que, encara que sigui un únic alumne qui comet aquest tipus d'errors, és essencial poder identificar-ho doncs denota una greu limitació funcional.

### 3. Objectius

En el context del grup de recerca 2014 SGR 00723<sup>i</sup>, en el marc del projecte 2014ARMIF-00041<sup>ii</sup>, en el qual participen la UdG, la UVic i la URL, hem desenvolupat una caracterització del CMF i, gràcies als avanços en el marc del projecte EDU2013-4683-R<sup>iii</sup>, ens plantejarem establir la viabilitat, pertinència i adequació d'un instrument d'avaluació del CMF.

La part de l'estudi que presentem aquí té dos objectius estretament lligats: a) l'establiment dels àmbits de contingut matemàtic en la caracterització del CMF que es concreta en la PAP i b) el disseny d'una prova pilot que ens permet identificar les limitacions, dificultats i reptes que presenta l'elaboració d'una PAP en matemàtiques.

La finalitat última del nostre estudi és la construcció d'una prova basada en el criteris d'experts vinculats a la formació de mestres, per caracteritzar coneixements específics, identificant les competències de cada alumne, independentment de les dels altres. Atès que el coneixement matemàtic és coneixement en context, els criteris de referència s'organitzaran entorn de les diferents competències i dominis de contingut. Els ítems hauran de cobrir les diferents concrecions del CMF i haurà de prendre's en compte la seva dificultat, capacitat de discriminació, format i forma de presentació, entre altres aspectes. Serà important establir quin és la concreció observable per a cadascun dels coneixements i competències a avaluar. A més, donada la finalitat de la PAP, per a cada ítem un error o una absència de resposta han de reflectir una dificultat determinada.

### 4. Concreció del CMF

#### a. Metodologia: Focus Group

Per a la consecució del primer objectiu, es va organitzar un focus group amb 7 professors de didàctica de les matemàtiques de la UAB, la UdG, la Uvic i la URL que es va perllongar durant 10 sessions. A dos d'elles es va convidar a més a professors de la UB, la UdL, la URV, la UIC i la UAOC. Es van organitzar també dues sessions en les quals van participar mestres de primària. La finalitat era establir quin és i com es concreta el CMF. Es va construir un marc teòric que inclou documents relacionats amb el coneixement per a l'ensenyament de les matemàtiques i el coneixement disciplinar i didàctic dels diferents continguts delimitats pel currículum de Primària i les competències d'aquesta etapa. Ens centrem en els continguts matemàtics de l'ensenyament obligatori posat que hem d'assegurar que els candidats a la PAP han tingut oportunitat d'accedir a allò que estem avaluant. D'altra banda, no pretenem que demostrin coneixements enciclopèdics ni coneixements avançats, únicament pretenem verificar que tenen un coneixement sòlid a nivell fonamental.

El punt de partida per a les discussions va ser la experts dels docents de didàctica de les matemàtiques i dels mestres a les seves aules, juntament amb els principis que orienten



Què recorden del què han après de matemàtiques els estudiants que accedeixen al grau de mestre?

algunes proves internacionals amb una finalitat similar. La participació de professionals amb diferents perfils genera una comprensió compartida del significat de CMF i una caracterització rica per a la seva concreció. A més, permet tenir en compte les idiosincràsies de les diferents facultats i una visió des de la pràctica escolar.

#### **b. Resultats de la concreció del CMF en la PAP**

Seguidament presentem els resultats relatius a la caracterització i concreció del CMF i els àmbits de contingut matemàtic en la PAP. Aquests resultats van ser recollits directament en la part corresponent a la competència lògicomatemàtica de l'Acord del CIC de 5 de juny de 2015, sobre les característiques generals de la PAP. Per això, reproduïm aquesta part de l'acord:

És necessari demostrar la capacitat d'utilitzar coneixements i habilitats relatius a diferents àmbits de les matemàtiques per resoldre exercicis, problemes i situacions d'aplicació, i la capacitat d'analitzar els resultats obtinguts des del punt de vista de la seva raonabilitat.

L'avaluació d'aquesta competència inclou els àmbits següents:

- Numeració i càlcul. És necessari demostrar la comprensió i la capacitat de representar i utilitzar els nombres naturals, enters i racionals en situacions diverses; la comprensió el significat i les propietats de les operacions i de les relacions entre les unes i les altres; el coneixement del significat de divisor i el domini de les habilitats necessàries per resoldre situacions de factorització i divisibilitat de nombres naturals.

- Relacions i canvi. És necessari demostrar la capacitat d'identificar i generalitzar patrons no necessàriament numèrics; d'identificar i interpretar relacions de dependència entre variables; d'interpretar i construir gràfics que expressin relacions de canvi; és necessari també demostrar la comprensió integrada dels significats de proporcionalitat numèrica i raó i la capacitat d'usar aquests conceptes per resoldre situacions diverses.

- Espai i forma. És necessari demostrar el coneixement de les característiques i les propietats de figures geomètriques de dues i tres dimensions i la capacitat i aplicar-les en situacions diverses; la comprensió i la capacitat de representar i utilitzar reflexions, girs i translacions; la comprensió integrada dels significats de proporcionalitat geomètrica, semblança i escala, i la capacitat d'utilitzar estratègies de visualització per resoldre problemes, siguin o no geomètrics.

- Mesura. És necessari demostrar el coneixement del significat de magnitud mesurable (angle, longitud, àrea, volum, capacitat, massa i temps) i del processos de mesura; el coneixement de les unitats de mesura decimals i sexagesimals corresponents i dels mecanismes per resoldre situacions de canvi d'unitats, i el domini dels coneixements i les habilitats necessàries per resoldre situacions diverses relacionades amb les idees de perímetre, àrea i volum.

- Estadística i atzar. És necessari demostrar la capacitat d'interpretar, analitzar, obtenir conclusions i fer prediccions a partir de dades estadístiques; d'interpretar i construir gràfiques estadístiques; d'interpretar i calcular mesures de centralització, i comprendre el significat d'atzar.

La competència lògicomatemàtica s'avalua a través d'exercicis, problemes i situacions d'aplicació en les quals haurà de construir-se la resposta sense calculadora i en les quals es considerarà tant el procés de resolució com la resposta.

### **5. Proposta d'examen de Matemàtiques per la PAP**

Fruit de les dades recollides durant el procés de pilotatge proposem al consell de MIF un examen de Matemàtiques de 25 preguntes on s'ha de construir la resposta sense

calculadora, distribuïdes en els àmbits de contingut referits a l'apartat anterior. Els examinands disposaran de 90 minuts per fer la prova. La proposta d'examen, després de ser aprovada pel Consell del MIF, s'aprova el dia 26 de maig en el context de la Comissió d'Accés i Afers d'Estudiants del Consell Interuniversitari de Catalunya. En el moment d'escriure aquest text l'examen està embargat, amb la qual cosa no es pot fer públic. Esperem poder donar-ne més informació en el moment de la presentació.

**a. Metodologia: recollida de dades**

Amb l'objectiu de dissenyar una prova representativa del CMF prenem un ampli conjunt d'activitats que reflecteixen els criteris establerts per experts. Les activitats de la prova provenen d'un banc d'ítems construït a partir de preguntes alliberades d'altres estudis – proves de competència matemàtica, TIMSS, PISA, TEDS-M, SMART o LMT–, d'activitats de llibres de text, de la bibliografia que recull l'anàlisi conceptual i els errors i dificultats en l'aprenentatge, i d'estudis internacionals sobre la competència matemàtica del professorat. Els ítems són de resposta oberta per evitar suggerir respostes als alumnes i estan dissenyats amb la intenció d'avaluar el coneixement matemàtic a tres nivells: reproductiu, d'aplicació i de relació. S'han elaborat un total de 7 exàmens en un procés de validació que ha durat 3 anys. La següent taula en mostra més detalls.

Curs	Titulacions	Nombre estudiants	Mes	Nombre d'exàmens	Nombre preguntes
13-14	Primària UAB	291	Febrer	1	16
14-15	Primària UAB i altra universitat	296	Setembre	1	18
15-16	Primària UAB i Infantil UAB	367	Setembre	4	20
15-16	Altres universitats	147	Febrer	1	25

Taula 1: Detalls de les diferents proves per cada curs.

**b. Resultats del pilotatge**

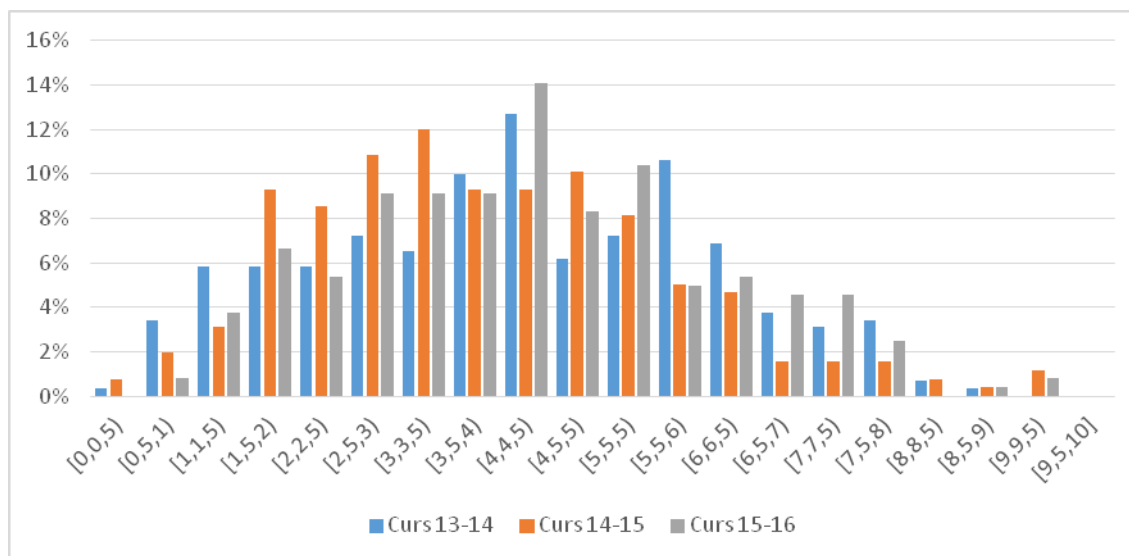
A continuació presentem les dades relatives als estudiants de primer curs del Grau d'Educació Primària de la UAB, que són el col·lectiu més gran en el nostre estudi. En el procés de validació de l'examen hem constatat que aquests estudiants de primer del grau de mestre amb qui hem treballat han oblidat alguns aspectes del CMF. En concret, dels 790 estudiants examinats només un 31.5% superarien la prova amb una qualificació superior a cinc. La següent taula mostra els descriptors estadístics bàsics del rendiment dels alumnes a la prova.

	Curs 13-14	Curs 14-15	Curs 15-16	Total
Número d'estudiants	291	258	241	790
Mitjana	4,20	3,87	4,25	4,11
Desviació típica	1,88	1,75	1,77	1,81
Percentatge d'aprovat	36,08%	24,81%	33,61%	31,65%



**Taula resum de resultats a la prova**

Els resultats obtinguts a la prova mostren un alt nivell de variabilitat. La següent taula mostra la distribució de les qualificacions a la prova per als cursos 13-14, 14-15 i 15-16.



Histograma percentual de les qualificacions en intervals per cada curs

## 6. Discussió

L'estudi ens ha permès obtenir evidències que el coneixement matemàtic fonamental dels estudiants que accedeixen als graus de mestre és ben lluny del que seria desitjable. En general, els errors identificats en les proves afecten aspectes clau del CMF. Entre els més significatius, hi trobem mancances i errors en relació al coneixement del valor posicional de la notació decimal, al coneixement de les fraccions, la proporcionalitat, i elements claus de mesura i geometria.

En general, els errors identificats en la prova es corresponen amb els quals apareixen en Ryan i McCrae (2006) i concorden també amb els de l'estudi TEDS-M (Senk et al., 2012). En el procés de validació de la prova hem recollit dades d'estudiants d'altres graus amb el que constatem que les dificultats observades no són exclusives dels futurs mestres. Aquest fet ens hauria de portar a un procés de reflexió sobre el CMF que assoleixen els estudiants catalans abans d'arribar a la universitat.

Els nostres estudiants, durant la seva escolarització s'han enfrontat essencialment a coneixement acabat, sovint desconeixent el seu procés de construcció, amb el que acaben memoritzant procediments i fets. Al moment d'enfrontar-se a la PAP hauran de reconstruir aquests coneixements, fins i tot davant exercicis de caràcter aparentment procedimental, i hauran de posar en joc coneixement conceptual si han oblidat el funcionament dels procediments apresos.

L'estudi desenvolupat pot incidir en la millora dels estudis de mestre en tant que aporta coneixement expert i evidències empíriques que poden ajudar en la presa de decisions en relació a les directrius per a la formació inicial de mestres. Malgrat tot, encara que sembla

clara la necessitat de la PAP, les autoritats responsables de la política universitària poden veure-hi un instrument que afecti el nombre d'estudiants que accedeixen als graus de mestre. Haurem d'argumentar que és possible compatibilitzar els requisits de la formació de mestres, la realitat actual dels alumnes i la política universitària. Sembla clar a més que la PAP no és l'únic instrument per millorar les condicions d'accés i són necessàries mesures complementàries.

## 7. Notes

- i. Grup d'Investigació *Educació matemàtica i context: competència matemàtica (EMiC:CoM)*, ref. 2014SGR 00723.
- ii. Projecte *Estudi per a l'avaluació diagnòstica de les competències matemàtiques dels estudiants del grau en Educació Primària*, AGAUR, ref. 2014 ARMIF-00041.
- iii. Projecte *Caracterización del conocimiento disciplinar en matemáticas para el grado de educación primaria: matemáticas para maestros*, I+D, RETOS, ref. EDU2013-4683-R.

## 8. Bibliografia

- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M. i Tsai, Y. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal*, 47, 133–180.
- Castro, Á., Mengual, E., Prat, M., Albarracín, L. i Gorgorió, N. (2014). Conocimiento matemático fundamental para el grado de Educación Primaria: inicio de una línea de investigación. M. T. González, M. Codes, D. Arnau, i T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 227-236). Salamanca: SEIEM.
- Crooks, N., i Alibali, M. W. (2014). Defining and Measuring Conceptual Knowledge in Mathematics. *Developmental Review*, 34(4), 344-377.
- Linsell, C., i Anakin, M. (2012). Diagnostic Assessment of Pre-Service Teachers' Mathematical Content Knowledge. *Mathematics Teacher Education and Development*, 14(2), 4–27.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Rowland, T. (2008). Researching teachers' mathematics disciplinary knowledge. P. Sullivan i T. Wood (eds.), *International handbook of mathematics teacher education*, 1: 273-298. Rotterdam: Sense
- Senk, S., Tatto, M., Reckase, M., Rowley, G., Peck, R., i Bankov, K. (2012). Knowledge of future primary teachers for teaching mathematics: An international comparative study. *ZDM*, 44(3), 307–324.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Stephens, M., (2003). Regulating the entry of teachers of mathematics into the profession: Challenges, new models, and glimpses into the future. A.J. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick i F.K.S. Leung (Eds.), *Second Handbook of Mathematics Education* (pp. 767-174). Dordrecht: Kluwer Academic Pub.