



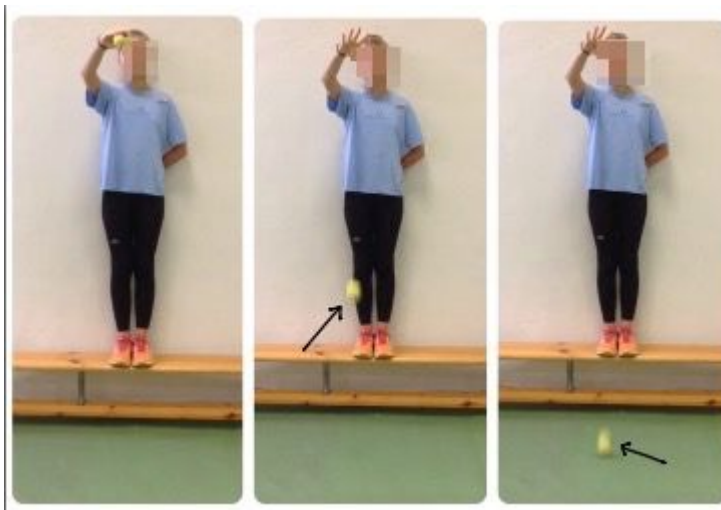
# APRENTATGE A TRAVÉS DE LA INTEGRACIÓ D'APPS AMB GEOGEBRA

Laura Morera

(Marta Adán, Abraham de la Fuente, Josep Maria Fortuny)

# La pràctica...

Com podem modelitzar l'alçada d'una pilota que deixem caure des de que toca bota fins que torna a tocar el terra?



# El resultat...

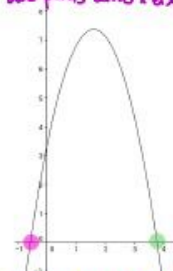
Alguns dels treballs dels alumnes...

## •PUNTS DE TALL AMB L'EIX 'X' I L'EIX 'Y':

Com ja he comentat prèviament, la c o el terme independent és el punt de tall amb l'eix y. De l'altra banda, poden haver-hi zero, un i dos punts de tall amb l'eix x.

### 2 SOLUCIONS:

Iquan la paràbola talla en dos punts amb l'eix x)



### EXPRESSIÓ ALGEBRAICA:

$$-1,55x^2 + 5x + 3,35$$

$$a: -1,55$$

$$b: 5$$

$$c: 3,35$$

### PUNT DE TALL AMB L'EIX Y:

$$3,35$$

### PUNT DE TALL AMB L'EIX X:

$$-0,5 \text{ i } 3,90$$

Per saber-ho, he de substituir a la funció la y per 0:

$$0 = -1,55x^2 + 5x + 3,35$$

### EQUACIONS DE SEGON GRAU

(ELEVAT AL QUADRAT):

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Sabent aquesta fórmula, substituïm els valors a, b i c pels que tenim:

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - (4 \cdot -1,55 \cdot 3,35)}}{2 \cdot -1,55} = \begin{cases} -0,56 \\ 3,79 \end{cases}$$

Té dues solucions ja que el discriminant és més petit que zero.

### 0 SOLUCIONS:

Iquan la paràbola no talla amb l'eix x)



$$c = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - (4 \cdot 2,2 \cdot 5)}}{2 \cdot 2,2} = \begin{cases} \text{ERROR} \\ \text{ERROR} \end{cases}$$

### PER QUÈ?

Perquè el discriminant és negatiu i no es pot fer l'arrel quadrat d'un número negatiu.

### EXPRESSIÓ ALGEBRAICA:

$$y = 2,2x^2 - 5x + 5$$

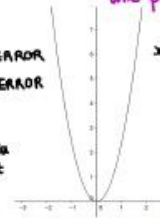
$$a: 2,2$$

$$b: -5$$

$$c: 5$$

### 1 SOLUCIÓ DOBLE:

Iquan la paràbola talla en un únic punt amb l'eix x)



$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - (4 \cdot 2,35)}}{2 \cdot 2,35} = \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases}$$

### PER QUÈ?

Perquè l'arrel quadrada de 0 és 0. Per tant surtiria la mateixa solució si sumem o restem el discriminant.

### EXPRESSIÓ ALGEBRAICA:

$$y = 2,35x^2$$

$$a: 2,35$$

$$b: 0$$

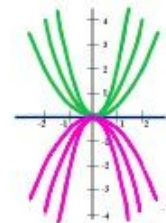
$$c: 0$$

# El resultat...

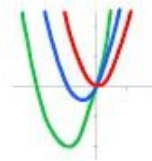
Alguns dels treballs dels alumnes...

## • PARÀMETRES a, b I c:

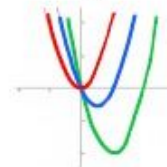
- a → obertura / angle de la corba.
- si la a és més gran que zero la paràbola serà còncava (estarà contenta ☺). Tindrà un mínim.
- si la a és zero, serà una recta ja que es trenca el quadrat (\*)
- si la a és més petita que zero, la paràbola serà convexa (estarà trista ☹). Llavors tindrà un màxim.



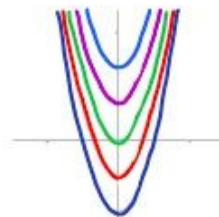
b positiva



b negativa



- b → el pendent de la paràbola.
- si la b varia, l'ubicació de la paràbola també canvia i es mou en forma de paràbola.



c → punt de tall de la paràbola amb l'eix y.

## • Com els identifiquem a la expressió simbòlica?

En l'expressió simbòlica de la paràbola, podrem identificar la a, b i c de la següent manera:

$$y = ax^2 + bx + c$$

### EXEMPLE:

$$y(x) = 1 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 3$$

a: 1 es multiplica per la x elevada a 2.

b: 5 es multiplica per x.

c: 3 Terme independent (no acompanya a cap x).

*no que sigui una paràbola (sino seria una recta).*



Però...

**i com han arribat fins a aquí???**

Hi influeixen moltes variables que ara intentarem analitzar.

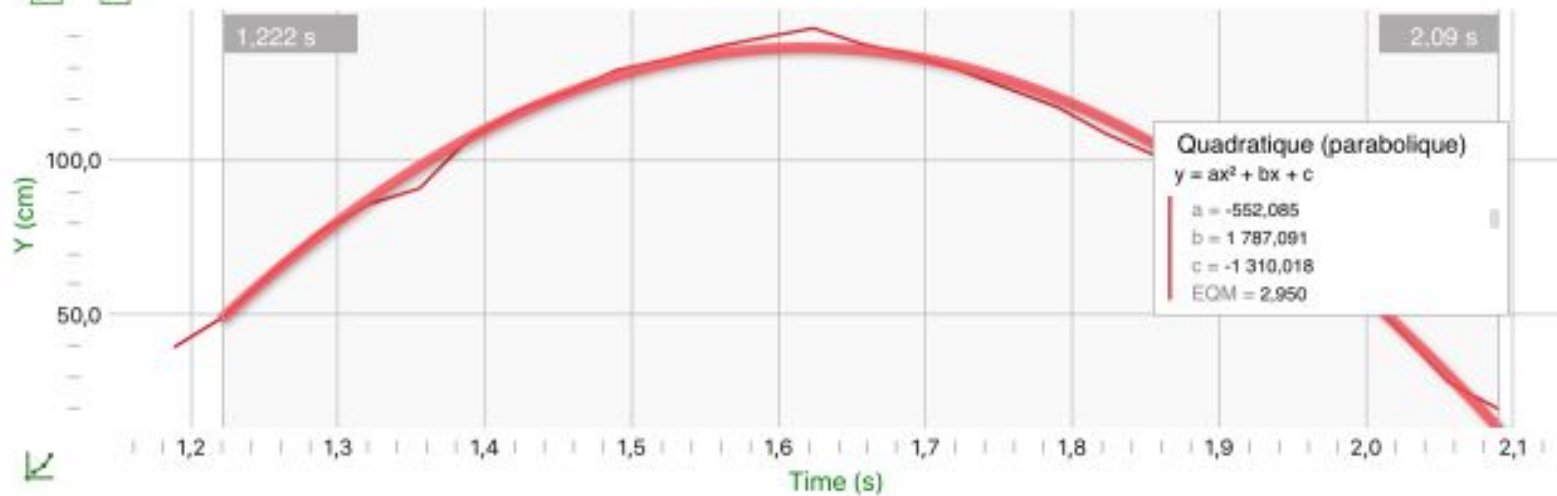
# Anticipació

- Tenir clar l'objectiu de l'activitat: l'estudi de les funcions parabòliques a través d'una activitat interdisciplinària.
- Tenir en compte millores que surgeixen d'experiències prèvies. (Deixar caure la bola en comptes de llençar-la per estudiar el tir parabòlic).

# Configuració didàctica

- Baixar al gimnàs de l'escola a realitzar la pràctica i fer observacions. (Planificació i recollida de dades)
- Intentar dibuixar a mà alçada la gràfica de la funció que representava l'alçada de la pilota en funció del temps. (Hipotesis)
- Realitzar una gravació amb l'iPad a través de l'aplicació Vernier VideoPhisics, per després fer-ne l'anàlisi i poder-ho comparar amb les seves conjectures. (Contrastació)
- Aprofundir sobre el concepte de funció parabòlica, a través d'unes preguntes que proposaven diversos models polinòmics i els alumnes havien d'escollir quin els semblava que modelitzaria millor la situació estudiada. (Assimilar)
- Fer un informe sobre "Què he après de la paràbola?" (Institucionalitzar)

## Expériences



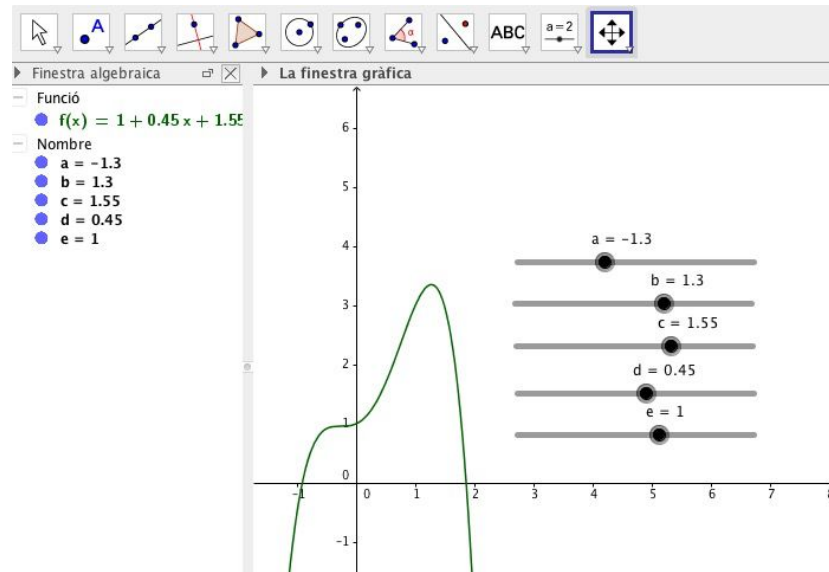


# Mode d'exploració

- **Treball per parelles** durant la recollida de dades experimental
- **Treball individual** a la classe per tal de que els alumnes poguessin assimilar la informació i poguessin construir el concepte de funció parabòlica.
- Durant aquesta estona, estava previst que els alumnes poguessin **comunicar-se entre ells** per fomentar la interacció entre companys.
- Abans de fer la redacció de l'informe del que havien après sobre la paràbola, es va fer una **discussió en gran grup** gestionada per la professora, per tal de vetllar per l'assoliment de l'objectiu de l'activitat d'estudiar les funcions parabòliques.

# Monitorització

- Gestionar els diferents usos que fan els alumnes de les diverses aplicacions de les que disposen. Els alumnes fan emergir el **GeoGebra**... i si no, ho pots introduir tu!



# Monitorització

- Entenen què és un paràmetre
- Extreuen conclusions sobre aquests paràmetres: què indiquen. No fa falta que el professor sigui el que ho expliqui
- Analitzen quines diferències hi ha entre les diferents famílies (tallen més vegades amb l'eix o tenen més màxims i/o mínims) i també quines similituds (per exemple, sempre el terme independent és el tall amb l'eix  $y$ ).

# Selecció

Durant la discussió en gran grup... hem de triar quin camí volem seguir per institucionalitzar entre tots l'aprenentatge. Prepara't per la improvització!

- **Analitzar entre tots els errors** que havien comès alguns companys.
- **Compartir els arguments correctes** que havien fet els alumnes que havien escollit bé el model.

# Implementació didàctica

La gestió de la discussió en gran grup per tal de que els alumnes col·laborin...

- A través del **projector**, els alumnes van basar les seves explicacions i argumentacions en els punts lliscants d'una funció polinòmica genèrica construïda amb GeoGebra.
- També tenien la possibilitat de **projectar la pantalla del seu iPad al projector**, per tal que tots els alumnes poguessin veure les seves produccions.

# Seqüenciació i connexions

No volem deixar passar res, i volem afegir connexions

- Les connexions del que fa un alumne amb els altres
- La connexió entre continguts diferents dins de l'àmbit de les matemàtiques
- La connexió de les matemàtiques amb altres disciplines.

# Tasca final

- Als alumnes, finalment, se'ls va demanar que fessin un resum del que havien après de les paràboles amb el [Notability](#).



Però...

i com ho avaluem tot això???

Fent feedback del feedback a través del [ShowBie!](#)



# Interacció alumne-professor

**TOT EL QUE HE APRÈS:**

**EXEMPLES**

INFORMACIÓ QUE PUC TROBAR APOIANT MÀQUINA:  
 PUNT DE TALL AMB L'EIX Y:  $x = 0,1$   
 PUNT DE TALL AMB L'EIX X:  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

col·locar  $y = 1$

$y = 1 \cdot 0^2 + (-2 \cdot 0) + 1$   
 $y = 1$

$a = -1$   
 $b = -2$   
 $c = 1$

$a = -5$   
 $b = 8$   
 $c = 5$

Aquí hay algo que no es coherente. Vamos por pasos:

A) Fíjate en el gráfico y señala en otro color dónde está el punto de corte con el eje "y". Dame las coordenadas de ese punto (aproximadamente, porque es mirando el gráfico).

B) Ahora comprueba con la expresión simbólica, cuánto deben valer las coordenadas del punto en el que la función corta con el eje "y".

El punto calculado mediante el gráfico y mediante la expresión simbólica deberían coincidir...comprueba si eso pasa.

¿Encuentras alguna incoherencia?

Mrs. Adan 21 oct 2015

**TOT EL QUE HE APRÈS:**

**EXEMPLES**

INFORMACIÓ QUE PUC TROBAR APOIANT MÀQUINA:  
 PUNT DE TALL AMB L'EIX Y:  $x = 0,1$   
 PUNT DE TALL AMB L'EIX X:  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

col·locar  $y = 1$

$y = 1 \cdot 0^2 + (-2 \cdot 0) + 1$   
 $y = 1$

$a = -1$   
 $b = -2$   
 $c = 1$

$a = -5$   
 $b = 8$   
 $c = 5$

Ostras! Ya veo mi error. No sé porqué puse que el punto de corte con el eje 'y' era 1,3 y que la c (término independiente) era -1. Me ha dado el mismo resultado ( $y=1$ ) tanto con la expresión simbólica si utilizo 1 como c y no -1 (error mío) como con el gráfico. Pero entiendo que si hubiera utilizado -1 como c, no hubiera salido el mismo resultado.

Patricia Darnell Pascual 21 oct 2015

# Conclusions

- Com a comentari final voldríem fer notar que en un entorn ric en tecnologia, on interaccionen diverses aplicacions es fomenten les interconnexions entre diferents continguts, models, i situacions, cosa que fa que es generin oportunitats d'aprenentatge pels alumnes i aquest les han aprofitat.
- Amb el feedback del feedback, els alumnes mostren amb major amplitud el que s'ha après amb la reflexió posterior als comentaris de la professora.
- També estan aprenent a fer un experiment, agafar dades experimentals, a interpretar-les, i a comprovar si un model matemàtic encaixa bé amb el que ha passat. A més, estan reflexionant sobre el propi model (aquesta és la part del resum) i l'estan fent independent de l'experiment concret.



# APRENTATGE A TRAVÉS DE LA INTEGRACIÓ D'APPS AMB GEOGEBRA

Laura Morera

(Marta Adán, Abraham de la Fuente, Josep Maria Fortuny)