

**APRENDRE A INVESTIGAR I A COMUNICAR A L'ESO I AL BATXILLERAT DES  
DE LA MIRADA MATEMÀTICA DE LA REALITAT**  
Experiència portada a terme a l'Institut Juan Manuel Zafra de Barcelona

**María del Pilar Menoyo Díaz**

Institut Juan Manuel Zafra. [mmenoyo@xtec.cat](mailto:mmenoyo@xtec.cat)


**RESUM**

Aprendre a fer recerques requereix temps i la realització d'activitats adients i graduals al llarg de tota la Secundària. No es pot pretendre que els alumnes en sàpiguen sense que se'ls hagi ensenyat a fer-les i a avaluar-les. Mostrem un marc teòric sobre la seva importància i pautes per introduir l'alumnat en la recerca de la mirada matemàtica de la realitat des de 1r d'ESO fins a batxillerat,

Emmarcat en el model d'alfabetització CTEMA per a tota la població i dins del projecte *Fer Ciència per comunicar ciència des de 1r d'ESO: aprendre a pensar, llegir, fer, parlar i escriure ciència* (2n Premi Ètica i Ciència 2015), ja que partim del fet que tota investigació ha de ser comunicada i per tant indiquem recerques que van ser comunicades, obtenint premis a Planter de Sondeigs, Exporecerca, Es de libro, Jóvenes Investigadores, CIRIT i ARGÓ, tant d'ESO com de Batxillerat.

**PARAULES CLAU**

Gradació de la investigació, competències CTEMA i competències comunicatives.

Aquests materials estan sota una llicència  
Creative Commons 4.0 Internacional del tipus 

## INTRODUCCIÓ

La realització de treballs de recerca per part de l'alumnat s'emmarca en un model de desenvolupament CTEMA, (ciència, tecnologia, enginyeria, matemàtiques i art) que utilitza la creativitat, el foment de la curiositat, l'anàlisi personalitzat, l'intercanvi d'idees, el treball en cooperació i la recerca de solucions a partir de l'assaig-error, aprenent dels errors i marcant-se objectius per tal d'aconseguir els reptes plantejats.

Des d'aquesta perspectiva, la competència en recerca es relaciona amb la presa de consciència sobre com les CTEMA formen part de la nostra cultura i sobre la importància de participar en els debats d'opinió en el marc de l'aula i jornades externes de participació i exposició de treballs d'investigació, des d'una posició reflexiva, tenint en compte els coneixements científics actuals i les evidències que els sustenten.

Els treballs de recerca de batxillerat, són la punta de l'iceberg de tot el coixí competencial que l'alumne ha d'anar construint al llarg de l'ESO, amb l'orientació del professorat a semblança d'un GPS, que acompanya i guia el camí proposat i marcat per l'alumnat i per tant ha d'haver tingut oportunitats al llarg de l'ESO per aprendre. Si volem que l'alumne faci treballs de recerca i els realitzin des de la mirada de les matemàtiques, haurem d'ensenyar com fer-ho i únicament s'aprèn a investigar, investigant.

### 1. IMPORTÀNCIA DE LA REALITZACIÓ DE TREBALLS D'INVESTIGACIÓ DES DE PRIMER D'ESO

Si volem una educació per a tota la població, que accepti les diferències i que aprofiti la diversitat com una oportunitat per promoure l'aprenentatge entre iguals, haurem de portar a terme pràctiques educatives per estimular la creativitat i la resolució de les dificultats. Una pràctica educativa en aquesta línia és afavorir i fomentar la realització de treballs de recerca per part de tot l'alumnat, sense exclusió, és a dir, per part de tots els estudiants de Secundària, des de primer d'ESO, no únicament aquells que estudien Batxillerat o els de millors resultats acadèmics.

Aprendre a fer recerques requereix temps i la realització d'activitats adients al llarg de l'escolaritat. No es pot pretendre que els alumnes en sàpiguen sense que se'ls hi hagi ensenyat. Si volem que l'alumnat realitzi treballs d'investigació, necessitaran d'un procés d'aprenentatge en la interpretació i aplicació de les tècniques pròpies de la recerca, entre les que podem destacar, de manera bàsica: *formular preguntes, emetre hipòtesis, assignar variables, dissenyar i planificar experiments o plans d'acció, analitzar resultats i arribar a conclusions.*

Per últim no hem d'oblidar que tota investigació ha de ser comunicada, utilitzant eines digitals apropiades (programes d'ordinador, simuladors..) i fent servir les tècniques cognitivollingüístiques correctament. Així, s'ha d'ensenyar a utilitzar diferents habilitats cognitivollingüístiques entre les que destaquen: *Descriure. Explicar. Argumentar i Justificar.*

### 2. COMPETÈNCIA MATEMÀTICA I REALITZACIÓ DE TREBALLS D'INVESTIGACIÓ

Niss (2002) defineix la competència matemàtica com l'habilitat per comprendre, jutjar, fer i usar les matemàtiques en una varietat de situacions en què les matemàtiques juguen o poden tenir una necessitat.

Aquest autor identifica vuit competències matemàtiques que classifica en dos grups. El primer grup té a veure amb la capacitat de preguntar i respondre preguntes dins de i amb les matemàtiques:

- Domini de maneres de pensament matemàtic.
- Plantejament i resolució de problemes matemàtics.
- Anàlisi i construcció de models.
- Raonament matemàtic.

El segon grup, amb la capacitat de fer front i gestionar el llenguatge matemàtic i les seves eines:

- Representació d'entitats matemàtiques.
- Maneig de símbols matemàtics i formalismes.
- Comunicació en, amb, i sobre les matemàtiques.
- Ús de recursos i eines.

Així doncs, el foment de la recerca des de la mirada crítica de la realitat, la creativitat i l'enginy per trobar camins respectuosos amb els que d'altres han recorregut i obrint de nous i aprofitar marcs de comunicació dels resultats obtinguts, forma part de les competències matemàtiques que l'alumnat ha de tenir, ja que s'ha de plantejar preguntes i respondre-les, des de les matemàtiques, fent servir el seu llenguatge.

Implica ensenyar l'alumnat a ser creatius, curiosos, crítics amb la realitat, autònoms i a la vegada col·laboradors en cercar camins, els quals prèviament els hem d'ensenyar a caminar per ells, des de la consulta rigorosa i crítica de les fonts, fins a l'avaluació de la feina realitzada, la pròpia i la dels demés, passant pel disseny d'obtenció de dades i de saber-les recollir, analitzar i valorar, utilitzant diferents tipus de llenguatges, arribant així a donar respostes a les preguntes formulades, fruit de la motivació de l'alumnat, les quals han de ser comunicades per tal que entre tots puguem augmentar el cos de coneixement del camp d'investigació realitzada.

### **3. COM INTRODUIR LA RECERCA DES DE LA MIRADA MATEMÀTICA DE LA REALITAT?**

Tot treball d'investigació o recerca, té uns aspectes comuns, per tant hem de saber aquestes característiques comunes per tenir-les clares i posteriorment diferenciar els treballs enfocats des de la mirada matemàtica de la realitat.

#### **3.1. Quines són les característiques comunes d'un treball d'investigació?**

S'ha de tenir present que una investigació és un procés analític, sistemàtic, organitzat i objectiu, amb el propòsit de donar respostes i augmentar el cos de coneixement de l'àmbit sobre el que es vol investigar i encara que una investigació no és lineal, es poden establir tres moments o fases, que d'una manera molt simplificada podem diferenciar en: Pre-recerca, recerca i post-recerca.

**La fase de pre-recerca**, que correspon a la de decisió, és molt important ja que es tracta d'assentar les bases de la investigació. És la més complicada ja que intervé una part emocional, una part de decisió que mai és fàcil i la part organitzativa de planificació i que marcarà, en part, el desenvolupament amb més o menys èxit. La visió general d'aquesta fase ve determinat per:

- Tenir una idea, basada en els interessos personals de l'alumnat (motivació), o com a mínim consensuats amb ells, a partir de línies proposades o dirigides pel professorat (amb un major grau d'obertura des de primer d'ESO fins a batxillerat).
- Fer una exploració inicial de l'estat de l'art a partir de la consulta bibliogràfica, entrevistes a experts, visites a centres de recerca, etc que configuraran el marc teòric i que ens ajudaran a prendre la decisió d'acotar la recerca.
- Definir el problema i plantejar la pregunta d'investigació a la què es vol donar resposta. Identificar les variables o objectes d'investigació. Plantejar objectius i, en el cas que siguin necessàries pel tipus de metodologia que es vol seguir, establir hipòtesis.
- Planificar com realitzar la investigació, anticipant les actuacions a fer i l'ordre en fer-les, distribuir-les en el temps i preveure els materials i recursos perquè es puguin obtenir les dades necessàries. I en el cas de fer la recerca en grup cooperatiu, distribuir responsabilitats.

**La fase de recerca** o d'obtenció de dades, marcada pels objectius marcats, seguint la planificació prevista, tenint com a referència una metodologia adient al tipus d'investigació que es vol utilitzar, entre qualitativa o quantitativa i dins d'elles, tota una gama de possibilitats, como poden ser, les experimentals, les de recopilació, els projectes tecnològics, les etnogràfiques, les etològiques, les d'estudi de casos, etc.

Així, segons la metodologia, es necessitarà l'obtenció de dades realitzant experiments, utilitzant simuladors, construint mecanismes, realitzant enquestes, formularis, etc i preveure com s'analitzaran i que ens permetran respondre a la pregunta. Un exemple en com enfocar un mateix tema aplicant una metodologia qualitativa o quantitativa el mostrem a continuació.

EL CONSUM DE TABAC	INVESTIGACIÓ <b>QUALITATIVA</b>	INVESTIGACIÓ <b>QUANTITATIVA</b>
<b>Objecte de recerca:</b> Entorn a..	EL CONSUM DE TABAC ENTRE ELS ALUMNES DE L' INSTITUT	EL CONSUM DE TABAC EN LA POBLACIÓ CATALANA.
<b>Objectiu</b>	Repercussions a la vida escolar i familiar. (descriuint el perfil del grup)	Incidència del consum de tabac a Catalunya envers el càncer de pulmó (tenint present les variables que intervenen: edat, sexe, nacionalitat, nivell social, estudis, professions)
<b>Instruments</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Qüestionari anònim</li> <li>• Entrevista a experts</li> <li>• Estudi de casos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mostra representativa</li> <li>• Model estadístic</li> </ul>
<b>Resultats</b>	Dades particulars objectives i subjectives	Dades objectives i generalitzables
<b>Validació i fiabilitat</b>	<b>Contrast entre diferents fonts congruències, discrepàncies i tendències</b>	<b>Control de variables i possibilitat de repetició amb resultats coincidents</b>

Tabla. 1. Investigació sobre el consum del tabac enfocat des d'una metodologia qualitativa i des d'una metodologia quantitativa

**La fase de post-recerca**, que correspon a la de comunicació i divulgació de tot el procés que s'ha portat a terme, des de la motivació i pregunta, fins la comunicació de resultats i conclusions. Aquesta fase, tampoc és fàcil, ja que ve determinada per:

- Organitzar i transformar les dades, utilitzant, taules, gràfics, esquemes, etc, que suposa conèixer i utilitzar mitjans TICs i audiovisuals, adients.
- Interpretar les dades i treure conclusions, que comporta identificar regularitats, correlacions, identificar relacions de causa-conseqüència, etc.
- Explicar els resultats, fent referència al marc teòric de base.
- Escriure l'informe d'investigació, segons una normativa formal, deixant clar la justificació de la investigació, descriure la metodologia seguida per l'obtenció de dades i argumentar i justificar les conclusions.
- Suggestir aplicacions o noves vies d'investigació..
- Planificar la presentació oral de la recerca, fent servir tècniques comunicatives adients, adequar l'explicació al temps disponible i en el cas de fer-ho en cooperació, coordinar-se amb la resta del grup. Utilitzar mitjans TICs i/o audiovisuals, mostratge de maquetes o projectes, que facin atractiva i interessant.
- Autoavaluar el treball realitzat, seguint uns criteris consensuats i establerts.
- Decidir si es fa divulgació del treball fora del marc escolar, participant en trobades de joves investigadors, escrivint el informe de la recerca para ser valorada per una revista o participant en convocatòria de diferents premis o jornades. Això suposa, adequar-se a noves normatives i fins i tot d'idioma.

### **3.2. Quines qualitats volem que desenvolupi l'alumnat fent recerca?**

Volem que siguin creatius, autònoms, que sàpiguen treballar cooperativament i que siguin crítics, qualitats aquestes, demandades en el món laboral, que tard o d'hora és on el nostre alumnat, futur ciutadà s'ha d'incorporar ja que es valora, la creativitat, la presa de decisions, la flexibilitat, el treball en equip, la persuasió, l'autoconfiança, els coneixements informàtics i d'idiomes i habilitats socials.

Perquè l'alumnat pugui arribar a l'acompliment d'aquestes demandes haurem de:

- Iniciar-los en el treball cooperatiu des de primer d'ESO. Aquesta iniciació té els seus fruits de manera bastant immediata, és a dir, es veu una progressió al llarg del curs, per tant, quan arriben a segon, ja saben ràpidament com organitzar-se.
- Iniciar-los en la cerca d'informació, diferenciant el que és o no rellevant i per tant, no permetent informacions tretes del Rincón del Vago o d'altres fonts que no estiguin ressaltades per autors o estaments reconeguts. Aquest aprenentatge s'ha de fer des de primer d'ESO i en el marc de totes les matèries, per tal que tinguin un bon criteri a l'hora d'utilitzar una determinada informació.
- Iniciar-los en la crítica i per tant en l'autoavaluació i l'avaluació entre iguals.
- Iniciar-los en la comunicació de les seves produccions, tant escrites com orals, fent servir les eines informàtiques que puguin estar al seu abast.

Per promoure el foment d'aquestes qualitats que ha d'haver rere la realització d'un treball de recerca, presentem una sèrie d'exemplificacions en les que partim del fet que per realitzar un treball en cooperació s'han d'establir tres fases o moments clars:

- Una primera fase en la que presenta per escrit a l'alumnat el que es pretén amb una determinada activitat, com han d'establir els grups de treball, com ha de presentar la feina, el temps que tenen en realitzar-la i com serà avaluada a partir d'uns criteris d'avaluació i des de la responsabilitat compartida d'alumnat i professorat fitxant, si es considera oportú els criteris de puntuació.

- Una segona fase, en la que controla que els grups realitzin el que estava previst, ja sigui per observació directa, ja sigui per mini-entrevistes de control de la situació en la que es troben, ja sigui per realització de diaris o per omplir full de pautes de realització dissenyades en els primers cursos, pel professorat fins a ser dissenyades per l'alumnat quan finalitzen l'ESO.
- La tercera fase, correspondrà a la preparació de la presentació de la producció, utilitzant diferents mitjans comunicatius i a la seva posterior avaluació.

Hem de dissenyar instruments d'avaluació (graelles, rúbriques), per tal que vagi omplint-les i reflexionant sobre el seu procés d'aprenentatge, el propi i el dels seus companys de grup i classe, ja que han de realitzar una autoavaluació, una avaluació entre iguals i valorar el millor treball segons el seu criteri.

Aquest tipus d'avaluacions s'han demostrat útils per a l'alumnat ja que propicien la reflexió sobre la feina realitzada, la seva i la dels altres, promouen l'esperit crític ja que han d'argumentar i justificar els judicis que fan i aprenen a acceptar les opinions dels altres i a tenir-les en compte, a part de ser conscients dels aspectes que valora el professorat envers la seva feina.

### **3.3. Sobre què investigar des de la mirada de les matemàtiques?**

En el camp de les matemàtiques, a nivell de Secundària l'alumnat ha de ser capaç de realitzar treballs d'investigació, des de la mirada matemàtica de la realitat per tal que siguin ciutadans respectuosos i crítics amb el que els envolta i prenguin decisions. Com exemples temàtics podem indicar:

- La relació entre geometria i l'art com elements motivadors per iniciar treballs d'investigació. O la visió de les matemàtiques i de les persones dedicades a les matemàtiques que ens transmet el cinema o els elements o els esdeveniments que recull la literatura o la premsa.
- La comparació i interpretació de rebuts, d'ofertes, de salaris, d'ofertes d'entitats financeres més avantatjoses, de les actuacions tecnològiques més sostenibles amb el medi, de resultats d'experiments etc, per tal que l'alumnat conegui, interpreti i prengui decisions presents i futures tenint present les repercussions socials i mediambientals, que els nostres actes provoquen.
- El coneixement de la contribució de les persones dedicades a les matemàtiques al llarg dels anys i el tipus de reconeixement públic que les dones van tenir i tenen en aquest camp.
- En el camp de la mesura poden investigar sobre les que s'han utilitzat al llarg de la història, ja siguin tradicionals, antropomòrfiques, o inaccessibles. La seva aplicació i els aparells de mesura.
- La utilització de la simulació, fent servir programari lliure, ja sigui per mostrar una geometria dinàmica, com per gestionar un espai, ja sigui de la seva habitació, fins el disseny d'un equipament
- La consulta i utilització de dades estadístiques, ja sigui per la consulta de les webs d'INDESCAT, INE, EUROPA.EU etc

Per altra part, hem d'iniciar l'alumnat a realitzar recerques tenint present que ha de ser capaç de:



- Plantejar-se preguntes rellevants i investigables (Sanmartí i Márquez, 2012), i per tant hem de crear espais perquè l'alumnat les formuli, ja sigui fent-li protagonista del disseny d'activitats i/o preguntes que poden incorporar-se a una prova de regulació, a la participació en fòrums de reptes matemàtics (Menoyo, 2008) o al plantejament de problemes oberts (Menoyo, 1997). Ja que no podem pretendre que formulin bones preguntes si som nosaltres els que únicament preguntem.
- Ser auto-reflexiu, i per tant ser conscient dels coneixements dels quals parteixen, quins són els que necessiten i el que han de fer per aconseguir-los. Així pren una gran importància saber cercar i seleccionar la informació i posteriorment processar-la. Per tant, des de primer d'ESO, s'ha d'incidir i exigir que l'alumnat faci una triangulació de fonts de consulta i que pugui valorar i comparar les informacions. A part de fer un tractament ètic de les dades, és a dir, citant correctament les fonts d'informació.
- Adaptar-se a treballar tant individualment com en cooperació, per tal de ser cada vegada més autònoms i a la vegada estar oberts a la col·laboració i per tant al respecte, la tolerància, la cooperació i el consens. Així doncs, hem de plantejar i ensenyar a treballar tant individualment com en grup cooperatiu, procurant que la formació de grups sigui adequada a la tipologia de la proposta i tenint present tant les capacitats, habilitats i destreses, com la situació afectiva de l'alumnat.
- Saber organitzar-se i planificar-se davant d'un treball que requereix temps, constància i rigor. Així doncs hem saber guiar-los, fent servir instruments didàctics que vagin des de la proposta dirigida i pautaada del professorat fins a la proposada i dissenyada pel propi alumnat.
- Mostrar un esperit crític, i per tant hem de propiciar i fomentar l'avaluació (Menoyo, 2002-03), tant de models per aprendre del que altres han fet, com de les pròpies produccions fetes de manera individual o en cooperació. Com indica Sanmartí, (2010) "*Aprender a avaluar-se és una de les condicions bàsiques per aprendre a aprendre, i per ser més autònom aprenent (i fent qualsevol activitat)*".
- Saber comunicar el resultat de les seves investigacions, utilitzant tot tipus de llenguatge, ja que una investigació, finalitza quan la comuniquem, que no vol dir que posteriorment no es pugui ampliar o fins i tot donar-li una nova visió sobre la base ja feta i comunicada. (Menoyo, 2014, 2016)

Exemplificacions realitzades en grup cooperatiu, exposades a l'aula utilitzant des de pòsters fins a presentacions powerpoint, prezzis o issuu. i avaluades des de la responsabilitat compartida, En el marc de la matèria comú:

**Les matemàtiques i el preu de les coses:** En el marc de la matèria comú.

Proposem a l'alumnat de 1r d'ESO una recerca al voltant de les rebaixes de gener, on ens han de portar propagandes i han de respondre ala pregunta: *Ens fan correctament la rebaixa anunciada?*. Any rere any descobrim que no sempre ens la fan correctament i entenen el veritable valor del que representa, el 50% a la segona unitat.

Proposem a l'alumnat de 2n d'ESO una recerca al voltant del rebut de la llum, des del punt de vista econòmic i mediambiental. L'alumnat ha de compartir factures, veure les semblances, les diferències, el que representen els impostos, la potència contractada i més aspectes que figuren en les factures (Menoyo, 2014, 2016).

Proposem a l'alumnat de 3r d'ESO una recerca sobre l'entitat financera més avantatjosa per nosaltres, que implica anar físicament a diferents entitats i consultar simuladors, des de la que disposa el Banc d'Espanya, fins a les dels diferents entitats.

**Les matemàtiques i la geometria de l'art:** En el marc de la matèria comú, han de realitzar projectes que encomanem.

Proposem a l'alumnat de 1r d'ESO el disseny de samarretes amb mosaics aplicant les tècniques d'Escher, partint de la base d'una superfície donada. Així manipulen, investiguen amb Geogebra i comproven com es pot mantenir una mateixa superfície variant el perímetre.

Proposem a l'alumnat de 2n el disseny de caps de colònies fent servir diferents poliedres i posteriorment als alumnes de 4t els encarreguem el disseny de barrets polièdrics, amb la base la feta de segon d'ESO, però ara, amb uns condicionants de materials i pressupostos.( <https://twitter.com/IJMZafra/status/718478441037881344> i <https://twitter.com/IJMZafra/status/719749524311437312> )

**Les matemàtiques i els temes personals i d'actualitat:** En el marc de la matèria comú i de Zafra investigadora (optativa i extraescolar). L'alumnat proposa temes del seu interès i partint de la seva motivació es realitzen recerques. A continuació algunes de les recerques realitzades tractades en tot o en part amb una metodologia quantitativa de caire estadístic. Altres consten en l'apartat 4 ja que van tenir un reconeixement públic en diverses convocatòries de premis..

- Tu i jo veiem el mateix?: Estudi de la incidència del daltonisme en la vida quotidiana i en l'acadèmica, realitzat per l'Àgueda Castillo i la Ivet de la Torre, alumnes de 3r d'ESO en el curs 2013-14, presentat a l'Exporecerca Jove 2014 i a la Festa Novum 2015.
- Estudi de l'ús i contingut textual de missatges de text amb la utilització del whatsapp per part d'una mostra d'alumnes i professors de l'institut Juan Manuel Zafra, realitzat per Cristina Manzanares i Salma Zian, alumnes de 2n d'ESO, presentat a l'Exporecerca 2016 i primer premi Es de libro 2016.

### **3.4. Com investigar des de la mirada de les matemàtiques?**

D'entrada, quan s'inicia un treball d'investigació o recerca, l'alumnat ha de ser capaç de respondre a aquestes preguntes: Què vull fer que m'interessi? Què en sé del que vull saber? Quines investigacions s'han fet sobre el tema? I és a partir d'aquestes respostes quan pot començar a plantejar-se la via d'investigació i com la portarà a termini.

Un tractament metodològic dels treballs d'investigació des de la mirada matemàtica de la realitat, ha de ser necessàriament únicament quantitatiu? Nosaltres diem que no, perquè entre altres coses es pot donar un espectre metodològic (qualitatiu-quantitatiu) dins d'un mateix treball, de la mateixa manera que un mateix marc temàtic pot donar lloc a utilitzar camins metodològics molt diferents. Exemples, al voltant de tema Estudi de poblacions:

- *Les matemàtiques ens poden ajudar a preveure fluctuacions en el creixement de població?* de Núria Masip. Curs 2008-09. Espectre metodològic: Quantitativa: Amb



tractament experimental de les dades obtingudes amb *Escherichia coli* i estadística amb tractament estadístic de les dades de població mundial del segle XX.

- *A quantes persones pot afectar la grip A? Simulacions amb models SIR i SIRS.* de David Rausell. Curs 2009-10. Espectre metodològic: Qualitativa i quantitativa, utilitzant dades documentals orals i virtuals a través de correus electrònics. Per altra part, utilitza dades de simuladors i dades estadístiques de la propagació de la grip A a Espanya.)

Per altra part, un estudi estadístic en el que hem de determinar la mostra representativa matemàticament parlant, d'una determinada població per tal que puguem arribar a conclusions fiables i generalitzables, pot ser descriptiu-explicatiu o argumentatiu-justificatiu. Entre els primers podem incloure aquells en els què s'utilitzen mesures de centralització i entre els segons, podem incloure aquells que utilitzen mesures de dispersió, i evidentment, dins d'un mateixa recerca es pot utilitzar un tipus de mesura i alta. Ara bé, els primers s'ha de procurar que tot l'alumnat de 1r i 2n siguin capaços de realitzar-los, mentre que els segons o tot el conjunt, s'ha de procurar que siguin capaços de realitzar l'alumnat de 3r i 4t.

#### 4. LA DIVULGACIÓ DE LES RECERQUES.

Tota recerca ha de ser comunicada i tenir l'oportunitat de ser valorada per altres, així s'aprèn de les seves valoracions i en comparar-se amb els que altres també han fet. A continuació indiquem una sèrie de treballs d'investigació, d'ESO i batxillerat, premiats en diverses convocatòries de premis els quals van ser tutoritzats per nosaltres, que poden ser un referent per altres alumnes i altres professors. Els enllaços també poden permetre consultar altres treballs i per tant és un planter de treballs d'investigació des de la mirada matemàtica de la realitat.

##### En el marc del treball de recerca de batxillerat:

- **El calidoscopi de la natura: Geometria euclidiana i fractal** de Sergi Albert Ballestar i Víctor de la Torre Estevez Premi ES DE LIBRO 2011. (<http://www.esdelibro.es/investigadores/trabajo/el-calidoscopi-de-la-natura-geometria-euclidiana-i-fractal> ) (Cootutoritzat amb Victòria Eugènia Ibáñez, que és la que figura, segons normativa, en la portada del treball)
- **A quantes persones pot afectar la grip A? Simulació de la transmissió amb models SIR i SIRS** de David Rausell Seibert *Premis de Recerca Jove. Primer premi Jóvenes Investigadores. Menció premis ARGÓ 2010.* ([http://gencat.cat/economia/ur/doc/doc\\_27187427\\_1.pdf](http://gencat.cat/economia/ur/doc/doc_27187427_1.pdf) (<https://www.yumpu.com/es/document/view/13123221/a-quantas-persones-pot-generalitat-de-catalunya/37-de-Catalunya-2010>))

##### En el marc de la matèria optativa: Zafra Investigadora per alumnes de 2n d'ESO:

- **Les eleccions: El preu personal, econòmic i mediambiental d'un vot** realitzat per Aliona Gonzáles i Pau València, premi dels participants en l'Exporecerca 2016 i menció INDESCAT Planter de Sondeigs i Experiments 2016.

##### En el marc de l'activitat extraescolar: Zafra Investigadora

- **Quina hamburguesa prefereixes?: Estudi d'opinió.** De Berta Rossell Aran de 2n d'ESO primer premi planter de sondeigs 2015 en la categoria 1r i 2n d'ESO (es pot consultar a [https://www.fme.upc.edu/ca/planter/historic/planter-2015/resultat-de-la-6a-edicio-del-concurs-planter-de-sondeigs-i-experiments-2015-veredictes-resultats-i-fotos-memoria-planter\\_013.pdf](https://www.fme.upc.edu/ca/planter/historic/planter-2015/resultat-de-la-6a-edicio-del-concurs-planter-de-sondeigs-i-experiments-2015-veredictes-resultats-i-fotos-memoria-planter_013.pdf)).
- **¿Fumas o vapeas? Estudio comparativo entre el cigarro tradicional y el electrónico,** realitzat per Karla Salvador de 1r d'ESO i Luisa Arango de 2n d'ESO,

mención extraordinària Es de libro 2014. [http://issuu.com/mpmd/docs/201400203-las\\_luka-fumas\\_o\\_vapeas](http://issuu.com/mpmd/docs/201400203-las_luka-fumas_o_vapeas)

- **Qué nos enseñan las películas de ámbito matemático: Análisis de los estereotipos y contenido matemático para alumnado de ESO** de Sergi Albert, Jordana Calvo i Ariadna de Diego de 4t d'ESO, premi Ciència en Societat en el marc de l'Exporecerca 2009 i publicat a Aula de Innovación educativa 189, pp 50-54. (2010).

## 5. CONSIDERACIONS FINALS: CONCLUSIONS

Per fer matemàtiques, i aconseguir actituds positives envers elles, cal desenvolupar la curiositat, la creativitat, la imaginació, l'interès a fer-se preguntes, a trobar respostes i a resoldre problemes; també és molt important que l'alumnat participi a tots els nivells, adquireixi confiança en les pròpies possibilitats i trobi el gust per descobrir i per resoldre un repte. Actituds com la tenacitat, la precisió i el gust pel treball ben fet són molt importants quan es fan matemàtiques.

La competència en recerca és un indicador per tal de determinar si l'estudiant ha après a treballar de forma autònoma i amb esperit crític, i aquestes característiques són unes de les finalitats educatives més importants, que el professorat hem de tenir present.

## BIBLIOGRAFIA

Menoyo, M. del P. (2013) *Anàlisi del procés de realització i tutorització dels treballs d'investigació a Secundària: Propostes didàctiques per millorar la competència en recerca de l'alumnat*. Directora de la tesi Neus Sanmartí. Tesi doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona (UAB) maig 2013.

Menoyo, M. del P. (2014) *Fer recerca a Secundària: Un repte per a l'alumnat i per al professorat*. Premi Marta Mata 2013. Rosa Sensat ISBN 978-84-941482-8-6.

Menoyo, M. del P. (2016) *La realización de Trabajos de investigación: Un reto para el alumnado y el profesorado de Secundaria*. Editorial Octaedro ISBN 978-84-9921-802-1

Menoyo, M. del P. El uso de los foros virtuales en secundaria: Interacciones de un grupo de alumnos de segundo de ESO en el proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *UNO revista de Didáctica de las matemáticas*, (2008) n.48 pp 101-112.

Menoyo, M. del P. Iniciar al alumnado en los trabajos de investigación: Una oportunidad para fomentar la competencia investigativa desde primero de ESO. *Aula de Innovación educativa* (2009) n. 182, pp 67-73

Niss, M. i Jensen, T. H. (eds) (2002). *Kompetencer og matematiklæring – Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*, number 18 in Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie, The Ministry of Education, Copenhagen, Denmark. Cf. <http://nyfaglighed.emu.dk/kom>

Sanmartí, N. (2010) *Avaluar per aprendre: L'avaluació per millorar els aprenentatges de l'alumnat en el marc del currículum per competències en* [http://phobos.xtec.cat/edubib/intranet/file.php?file=docs/primaria/orientacions/avaluar\\_per\\_aprendre.pdf](http://phobos.xtec.cat/edubib/intranet/file.php?file=docs/primaria/orientacions/avaluar_per_aprendre.pdf)

Sanmartí, N. i Márquez, C. Enseñar a plantear preguntas investigables. *Alambique revista de Didáctica de las Ciencias Experimentales*. (2012). n. 70, pp. 27-36