

## Portem el canvi i les relacions a la resta d'àrees

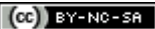
**Maria Rosa Latorre Sarlé**

Escola Guinardó SCCL, 08041 Barcelona, mlatorsa7@gmail.com

### Resum de la comunicació

Les proves de competències bàsiques van permetre detectar que l'alumnat del centre en el que treballa presentava mancances en el bloc de "Canvi i relacions". Per tal de superar aquestes mancances, es va voler treballar aquests continguts mitjançant situacions contextualitzades i més significatives per l'alumnat, implicant als altres departaments de l'escola. Així, al llarg del curs acadèmic 2014-15, s'ha iniciat un procés que durarà dos cursos acadèmics, en el que els docents de totes les àrees han hagut de dissenyar i implementar activitats que s'ajustessin tant als continguts matemàtics triats com als propis de la matèria. Amb els resultats d'aquesta implementació es determinaran els canvis metodològics que cal fer dins de l'assignatura de matemàtiques i es proposaran noves activitats des de les diferents àrees pel curs 2016-17.

**PARAULES CLAU:** Relació, Canvi, Treball Interdisciplinar

Aquests materials estan sota una llicència  
Creative Commons 4.0 Internacional del tipus 

## **1. Competències bàsiques. Punt de partida**

Un cop realitzades les proves de competències bàsiques del curs 2014-15, des del departament de matemàtiques i l'equip pedagògic del centre, es va fer una anàlisi dels resultats obtinguts, tot comparant-los amb els dels cursos anteriors.

El grup del curs 2014-15 es trobava dins de la franja mitjana-alta, al mateix nivell que els centres de la mateixa complexitat i de la mitjana de Catalunya, però en cursos anteriors s'havia estat per sobre. Es va poder veure que s'havien augmentat els nivells baix i mig-baix i havien disminuït els nivells mig-alt i alt. Aquest fet va provocar que anéssim a buscar quins eren els continguts que estaven pitjor i es va poder detectar que, tant en aquell curs escolar com en l'anterior, els resultats del bloc "Relació i canvi" no eren prou satisfactoris. Per aquesta raó, es va decidir que era el primer bloc sobre el que s'havia d'incidir. Per tal de fer-ho, es va voler implicar a la resta d'assignatures i professors de secundària en l'elaboració de materials significatius en els que es treballassin aquests continguts.

Així, durant el curs 2015-16 s'ha portat a terme un treball a les diferents àrees per a que incorporin en les seves activitats d'aprenentatge unes de noves en les que es treballi la competència matemàtica, potenciant, sempre que sigui possible, el treball del bloc de "Relació i Canvi".

En aquesta comunicació, ens volem centrar per tant, en el treball de "Relació i Canvi" que ha implicat a tot el claustre de secundària i ha suposat treballar d'una forma interdisciplinària, que ha permès la formació tant dels professors de les diferents àrees com la dels professors de matemàtiques en les resta de continguts.

## **2. Fases del projecte**

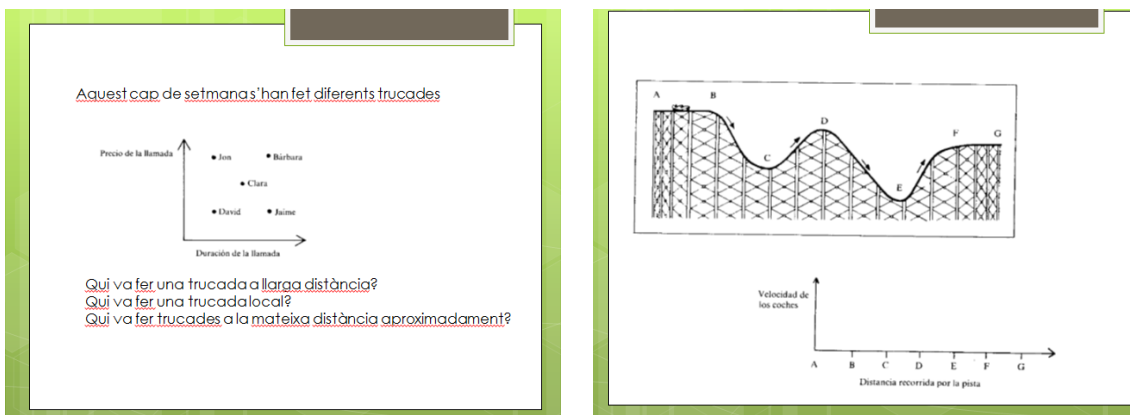
Durant el curs escolar 2015-16 s'ha iniciat un procés que durarà dos cursos acadèmics. A l'inici del curs escolar 2015-2016, es van establir tres fases d'assessorament: una primera en la que es va formar als professors en el què volen dir els continguts del bloc "Relacions i Canvi", els continguts que es treballen des de l'àrea de matemàtiques i alguns exemples proposats per altres experts en els que es treballin els continguts en la seva àrea. Una segona fase, en la que els professors de secundària van proposar una activitat a la resta de membres del seu departament i al professorat de matemàtiques i es valida l'activitat en una segona sessió. Aquesta activitat es va implementar en una tercera fase durant el segon trimestre del curs 2015-16 i es van presentar els resultats a la resta dels companys durant el tercer trimestre del 2015-16. Un cop implementats, es van prendre noves decisions sobre els canvis que calia fer durant el curs 2016-17 en el departament de matemàtiques. Es finalitzarà aquest assessorament amb una quarta fase, en la que, a més d'ajustar l'activitat, es plantejarà una nova activitat que treballi les relacions i canvi que s'implementarà durant el curs 2016-17.

## FASE 1. PROCÉS DE FORMACIÓ DEL PROFESSORAT

Es va demanar l'ajuda de tots els altres departaments de l'escola, incorporant activitats dins de les seves programacions. Per aquesta raó, a l'inici del curs 2015-16, es va decidir fer un programa de formació. La professora titular de la matèria va fer un assessorament a la resta del professorat de Cicle Superior i ESO.

Es va agrupar els diferents professors en àmbits i es van programar diferents sessions. Primer de tot, es feia una sessió formativa en la que es presentava als docents els continguts que es treballaven dins del bloc de relació i canvi i es presentaven alguns exemples de les situacions relacionades amb aquest bloc i les seves àrees. Es va voler potenciar l'establiment de patrons, relacions i funcions i l'anàlisi del canvi a partir de funcions.

A continuació, es mostren alguns exemples de les situacions que sovint es troben els alumnes en les que només es demana fer un gràfic o interpretar dades que es veuen directament mirant. Aquestes situacions van ser extretes del llibre "El Lenguaje de funciones y gráficas", en les que la lectura del gràfic i les preguntes que es formulen comporten una reflexió més profunda de les dades i que poden portar als alumnes a organitzar la informació recollida per tal de trobar la resposta correcta.



Exemples de situacions en les que es treballi el bloc de "Relació i canvi".<sup>1</sup>

Un cop plantejades i resoltes les diferents activitats, es van presentar alguns exemples de gràfics de funcions de cada una de les àrees per tal que els docents puguin plantejar-se activitats significatives situades dins de cada una de les àrees i dins de les matemàtiques. Finalment, es va indicar als docents que, per tal de treballar el bloc de relació i canvi, calia que es centressin com a mínim en un dels següents continguts: buscar situacions quotidianes que seguissin patrons o models, identificar relacions de dependència entre

<sup>1</sup> Shell Centre for Mathematical Education. *El Lenguaje de funciones y gráficas*. Traducció de Félix Ayalo. Euskal Herriko Unibertsitateko Argitarapen-Zerbitzua. Servei Editorial Universidad del País Vasco. 1990. Ministerio de Educación y Ciencia. I.S.B.N.: 84-7585-236-X

variables i la manera de representar-les gràficament, cercar expressions algebraïques que representessin situacions senzilles o buscar equivalències entre diferents magnituds.

## FASE 2: DISSENY DE LES ACTIVITATS

En una segona sessió formativa, els professors de secundària presenten cadascú una activitat en una de les àrees que fa al llarg del curs escolar. S'havia demanat que estigués integrada dins de la seva programació i amb els continguts propis de la matèria. En aquesta segona sessió, es van discutir els elements que s'ajustaven o no a la tasca demanada o aquells errors importants, des del punt de vista matemàtic.

En una primera proposta, es va poder detectar que alguns dels docents tenien certes dificultats a l'hora de pensar situacions que incorporessin la competència matemàtica en les seves àrees. Així, per exemple, un professor va interpretar que la manera de treballar els continguts matemàtics en l'assignatura d'anglès era fer una classe d'àlgebra en anglès i proposava per 2n d'ESO situacions com les que podem veure en la següent taula:

**A customer pays 50 euros for a coffee maker after a discount of 20 euros. What is the original price of the coffee maker?**

Solution: Let  $x$  be the original price.

$$x - 20 = 50$$

$$x - 20 + 20 = 50 + 20$$

$$x + 0 = 70$$

$$x = 70 \text{ euros}$$

Exemple d'activitat plantejada inicialment per departament de llengües estrangeres.

Evidentment, tot i que aquesta activitat sí que està treballant els continguts de relació i canvi, vam considerar que aquest no era l'objectiu d'aquest assessorament, ja que l'objectiu no era que fessin matemàtiques en altres àrees, sinó que integressin la competència matemàtica en situacions contextualitzades en altres àrees.

Un altre dels docents va proposar diferents enigmes a 4t d'ESO, que a més de no treballar "relacions i canvi", tampoc no treballava continguts matemàtics en general. Per aquesta raó, es va demanar que ajustés aquestes activitats a contingut matemàtic o que les modifiqués totalment. Pensem que aquesta situació no es produeix isoladament. És freqüent que els docents que no són especialistes de matèries científiques trobin bastant complicat trobar situacions en les que els alumnes treballin continguts de matemàtiques.

Una de les coses que molts dels docents van intentar integrar van ser els càlculs i gràfics estadístics. Tot i que no era el principal objectiu, es van acceptar algunes d'aquestes activitats, sempre que intentessin deduir patrons o possibles tendències en els resultats que trobaven.

També es va poder detectar que alguns docents barregen conceptes com probabilitat i percentatge o que el concepte de raó no els queda prou clar i, per això, algunes de les activitats que proposaven no permetien establir relacions entre les magnituds i quedaven relegades a un simple càlcul.

A continuació es mostren, a mode d'exemple, algunes de les situacions presentades pels docents, abans de ser implementades pels alumnes:

Dins de l'**àrea de llengua castellana** a 3r d'ESO es van proposar diferents gràfics sobre l'evolució de l'atur a la Unió Europea. Es demanava extreure directament conclusions directament del gràfic. Es va considerar que una activitat com aquesta resultava una mica pobre i es va demanar que es pautesin una mica algunes preguntes per tal que els alumnes fossin més conscients en cada moment del que estava passant. També es va proposar una activitat final en la que els alumnes, un cop feta la reflexió prèvia, fessin una síntesis de tot el període.

Una altra activitat que es va proposar dins del departament de llengües va ser una activitat pels alumnes 6è de primària. En el cas de 6è, dins del **taller d'Esriptura Creativa** de l'àrea de llengües, els alumnes havien de redactar un text en el que treballessin un dels dies de la vida d'un personatge. Per fer-ho, es partia de les dades que apareixen en una gràfica o en una taula de valors. En aquesta gràfica, per força, la variable independent era el temps i la variable dependent la decidien els propis alumnes. Aquest personatge havia de canviar al llarg de tot el dia i cal que aquests canvis s'integressin dins de la història.

dies	minutsd'investigació
0	0
1	90
2	50
3	380
4	40
5	30
6	70
7	120
8	80
9	540
10	240

Exemple de taula de valors donada per construir una història.

### FASE 3: IMPLEMENTACIÓ I ANÀLISI DELS RESULTATS

En una tercera sessió formativa, els professors havien de comentar quins havien estat els resultats dels alumnes en aquestes activitats i quines les dificultats trobades. A partir d'aquestes observacions, calia pensar en quines eren les modificacions que s'havia de fer en la programació de matemàtiques i com es podien modificar les activitats.

A continuació, presentem algunes de les activitats i com ha estat la resposta dels alumnes:

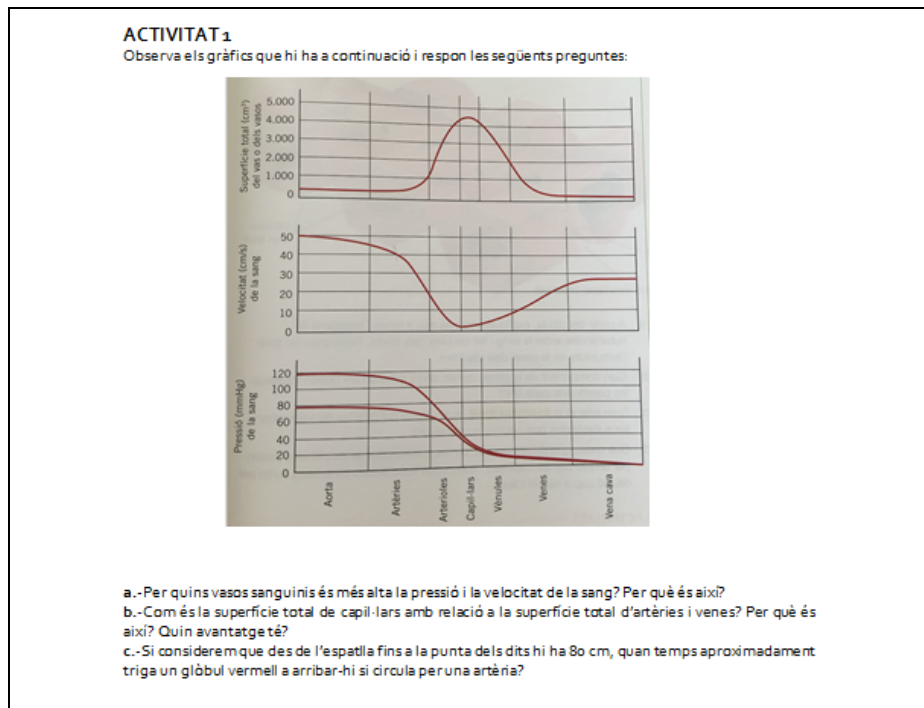
Dins de la matèria de **biologia de 3r d'ESO**, en el tema d'Aparell circulatori i excretor es va proposar una activitat en la que els alumnes havien d'interpretar les magnituds de pressió i velocitat de la sang. Es va poder veure que els alumnes interpretaven majoritàriament bé els gràfics, però que no sabien donar una resposta "biològicament" correcta a l'hora de justificar-la. Així, un 33% contestaven correctament tant la

interpretació matemàtica, com la justificació utilitzant continguts biològics, un 60% interpretaven correctament les dades matemàtiques, però no els continguts matemàtics associats i un 6,70% dels alumnes s'equivocaven en la interpretació matemàtica de les dades.

A la segona pregunta, els alumnes havien extret correctament la informació dels gràfics un 88,9% dels alumnes, però un 40% no havia estat capaç de justificar correctament la resposta, utilitzant els continguts treballats d'una forma adient.

A la tercera pregunta, responen bé el 68,9% dels alumnes, mentre que un 28,90% dels alumnes no saben extreure les dades correctes i fer els càlculs que es demanen i un 2,20% dels alumnes no responen.

A continuació es pot veure l'activitat proposada:



Exemple d'activitat proposada pels professorat de ciències naturals.

En una segona activitat es demanava que els alumnes interpretessin diferents malalties a partir dels resultats que es podien extreure d'una taula de valors (aquests valors correspondrien als que ens podem trobar quan ens donen els resultats d'una anàlisi de sang)

Es pot veure que la majoria dels alumnes saben respondre correctament a les preguntes que se li plantegen. Així, a la primera pregunta ( Quines d'aquestes persones té anèmia i per què?) contesten correctament un 80% dels alumnes, mentre que un 17,80% alumnes no saben comparar les dades amb els valors de referència i un 2,20% dels alumnes no contesten.

A la segona pregunta ( Qui té una infecció i per què?) Un 73,40 % dels alumnes responen correctament, un 4,40% dels alumnes responen bé, però la justificació no és del tot correcta, un 17,80% dels alumnes no saben comparar les dades amb els valors de referència i un 4,40% dels alumnes contesten malament.

**ACTIVITAT 2**

	VALORS NORMALS	A	B	C	D
<b>Sexe</b>		Home	Dona	Home	Home
<b>Edat</b>		37	26	14	8
<b>Hematies</b>	Home (4.5-5.9)·10 <sup>6</sup> /mm <sup>3</sup> Dona (4-5.4)·10 <sup>6</sup> /mm <sup>3</sup>	2.95 ·10 <sup>6</sup> /mm <sup>3</sup>	4.21·10 <sup>6</sup> /mm <sup>3</sup>	4.05·10 <sup>6</sup> /mm <sup>3</sup>	3.15·10 <sup>6</sup> /mm <sup>3</sup>
<b>Leucòcits</b>	4000-10000/mm <sup>3</sup>	7000/mm <sup>3</sup>	9900/mm <sup>3</sup>	16000/mm <sup>3</sup>	55000/mm <sup>3</sup>
<b>Plaquetes</b>	150000 a 400000/mm <sup>3</sup>	350000/mm <sup>3</sup>	170000/mm <sup>3</sup>	50000/mm <sup>3</sup>	150000/mm <sup>3</sup>
<b>Glucosa</b>	0.7-1.2 g/L	0.9 g/L	2.7 g/L	1.1 g/L	1.15 g/L

a.-Quines d'aquestes persones té anèmia? Per què?  
 b.-Qui té una infecció? Per què?  
 c.-Qui pot tenir problemes d'hemorràgies? Per què?

Exemple d'activitat proposada pels professorat de ciències naturals.

A la tercera pregunta ( Qui pot tenir problemes d'hemorràgies i perquè?) es pot veure que un 75, 50% dels alumnes responen correctament, un 6,7% dels alumnes respon matemàticament bé, però la justificació biològica no és prou correcta, un 15,60 % dels alumnes no saben comparar els valors obtinguts amb els valors de referència i un 2,20% dels alumnes no responen.

Entre les activitats plantejades i implementades pel **departament de llengua catalana**, es va proposar per 3r d'ESO una activitat a partir d'una notícia sobre la investidura de Carles Puigdemont com a president de la Generalitat. A més de plantejar diferents preguntes sobre la comprensió lectora del text, es demanava que fessin un diagrama de sectors amb la composició del Parlament. En aquest cas, es va veure que un 77% dels alumnes construïa el gràfic de sectors correcte, mentre que un 23% dels alumnes o no contesta o les dades que han agafat no són correctes.

Una segona pregunta demana que els alumnes interpretin els diferents gràfics que han aparegut en els diaris i d'aquesta manera, Es demanava als alumnes que pensessin quins eren els pactes que es podien fer per tal de formar Parlament. Els alumnes només calia que busquessin qualsevol coalició que sumés 68 o més vots. Sorprenentment, vam poder veure que només el 35% dels alumnes va respondre correctament, mentre que un 50% dels alumnes va donar alguna resposta, però no va considerar totes les possibles combinacions de partits que sumés 68 o més vots. Un 15% dels alumnes va respondre de forma incorrecta.

Situacions com aquestes ens fan plantejar la necessitat d'incorporar en la nostra feina diària activitats en les que fem que els alumnes interpretin un conjunt de dades i que siguin capaços d'extreure unes conclusions amb cert contingut o rigor.



Dins de l'àrea de **Cultura i Valors** de 3r d'ESO es va voler treballar el desplaçament dels refugiats a partir d'un mapa anamòrfic extret dels materials de l'Editorial Text. Primer de tot, es demanava que busquessin el nombre de persones que representava cada quadrat i després havien de trobar el nombre de quadrats que representaven els refugiats que havien marxat de Síria. Es va poder veure que la majoria dels alumnes feien un simple càlcul sense establir la relació d'equivalència existent entre les dues magnituds. Només un 42,3% dels alumnes mostraven una certa idea de relació de proporcionalitat en la seva resposta.

En una segona part de l'activitat, els alumnes havien de deduir quantes persones cabien en un metre quadrat i després ho havien de comparar amb la gent que cabria en un quadrat de cinc metres de costat. Quan es demanava si la raó de proporcionalitat era la mateixa en els dos casos, es podia veure que la majoria dels alumnes no contestaven directament a la pregunta, sinó que calculaven el nombre de persones que es necessitarien, suposant que les magnituds són proporcionals.

Entre les diferents activitats que es van presentar dins de l'àrea de socials, es va tornar a detectar que un dels conceptes que es necessitava treballar en l'assignatura de matemàtiques era el d'equivalència entre magnituds i el de raó de proporcionalitat.

Dins de l'àrea de **música** s'havia vist proposat una activitat a 1r d'ESO en la que els alumnes havien de calcular escales de RE, SOL i LA a partir de la generalització de les distàncies entre notes.

**Exercici 1:** Tenint en compte, que la distància que hi ha entre dues notes consecutives sempre és d'un to (excepte entre MI-FA i SI-DO que n'hi ha mig), crea les escales de RE, SOL i LA

Recorda utilitzar els # i els b quan necessitis apujar o abaixar les notes  $\frac{1}{2}$  to.

**Exercici 2:** Escribe els noms de les notes que corresponen a cada grau.

II grau de l'escala de MI:  
IV grau de l'escala de DO:  
III grau de l'escala de SOL:  
VII grau de l'escala de RE:  
V grau de l'escala de FA:

La nota SOL a quin grau correspon de l'escala de SI?

Exemple d'activitat proposada pel professorat de música.

La primera activitat va donar molts problemes ja que costa que els alumnes localitzin correctament els tons i els semitons. Es va veure que per tal que els alumnes puguin arribar a generalitzar el funcionament d'una escala musical, es podrien fer exercicis en els que els alumnes treballessin amb mitja escala i que aniria bé la situació inversa, la de donar diferents escales ja creades i demanar la distància que existeix entre les diferents notes. Posant una taula en la que els alumnes deduïssin els valors en cada cas, podrien arribar a deduir com es pot crear una escala a partir de la distància entre notes.



En l'àrea d' **educació física** es va voler que els alumnes no només construïssin gràfics a partir d'unes dades, sinó que relacionessin amb els continguts treballats i fossin capaços d'arribar a unes conclusions a partir de la generalització. Així, a 1r d'ESO es va proposar una activitat en parelles en la que els alumnes havien de córrer 12 minuts a la pista intentant mesurar les pulsacions en diferents moments ( Abans de fer exercici, als 3 minuts, 6 minuts, a l'acabar la cursa als 9 minuts i després de l'exercici -als 12 minuts). A partir de les mesures preses, ells havien de deduir quina era en cada cas la relació de pulsacions per minut.

Es va poder veure que hi havia un primer problema, a l'hora de completar la taula en el temps que mesuraven, els alumnes tenien algunes errades en els càlculs, a l'hora de buscar la relació de pulsacions per minut. Ells havien calculat 6 segons, 10 segons, 15 segons o 30 segons, segons el moment de la cursa i havien de buscar les pulsacions per minut mitjançant una relació de proporcionalitat.

A continuació es demanava passar aquestes dades a les gràfiques, i es va poder veure que només hi va haver errades quan les dades inicials de la taula eren errònies.

Després, els alumnes havien de comparar i interpretar els resultats. Per això, havien de respondre a les següents preguntes: a) Quin és el valor més gran de pulsacions? Per què creus que es produeix en aquest instant de temps? b) Calcula la mitjana aritmètica de les pulsacions durant tot l'exercici. Quin valor has obtingut? I el teu company? c) Segons la teoria, quina és la teva freqüència cardíaca màxima? d) Compara la teva mitjana aritmètica de les pulsacions durant tot l'exercici amb la del teu company? Qui dels dos ha treballat, teòricament, a més intensitat?. Es va poder veure que quan es feia una pregunta directa de les dades o de les gràfiques, els alumnes responien correctament, però que tenien certes dificultats a l'hora de comparar els resultats treballats amb el que havien vist a la teoria.

Per tal de poder millorar aquesta activitat, de cara a una futura implementació d'aquesta activitat, caldrà fer una sessió prèvia en la que els alumnes es prenguin les pulsacions, ja que aquí va ser un primer punt en el que alguns alumnes van tenir dificultats i es buscarà alguna pregunta més concreta d'aplicació de la gràfica, abans de buscar la conclusió general. D'aquesta manera, els alumnes podran ser més conscients dels significats de les dades i del gràfic.

Finalment, es van proposar també algunes activitats per a que els alumnes de 2n i 3r d'ESO de la USEE de l'escola treballassin continguts matemàtics en general. Per aquesta raó es va proposar dues activitats: una activitat de tecnologia en la que els alumnes havien de buscar relacions de proporcionalitat entre dades i fer canvis d'escales i per altra banda, una segona en la qual respondre a diferents preguntes sobre una taula amb els resultats i classificació de diferents equips de futbol.

En l'activitat sobre la classificació dels equips de futbol, els docents, a més de veure que era una activitat que engrescava als alumnes, ja que era un context que els agradava i era familiar, van poder veure que els alumnes podien seguir bastant bé i extreure algunes conclusions. Així, els alumnes havien d'anar anotant en una taula els punts obtinguts en cas de victòria, derrota o empat de diferents jornades, i els alumnes havien d'analitzar els diferents factors que podien decidir qui era guanyador de la lliga i veure quines eren les necessitats i possibilitats de cada un dels equips.

## QUARTA FASE: REDISENY I NOVES PROPOSTES

Aquesta quarta fase es portarà a terme durant l'estiu del 2016, en la que els docents, a partir de l'experiència feta al llarg del curs, plantejaran una nova situació en la que es treballi el bloc de "Relació i canvi" o que comporti la lectura i interpretació de dades i de gràfics. Aquestes activitats s'implementaran durant el curs escolar 2016-17

### 3. Conclusions

Les proves de competències bàsiques ens han fet adonar de com d'assolits queden alguns continguts i ha portat a una reflexió interna. La fragmentació temporal de continguts no afavoreix a comprovar quins d'aquests continguts estan realment assolits i per tant, el treball des de diferents àrees ens permet fer un primer pas, en els que els alumnes vagin treballant aquests continguts en diferents situacions.

Com a conseqüència dels resultats obtinguts en la primera implementació d'aquest curs, hem pogut detectar les dificultats que tenen els alumnes a l'hora d'establir relacions entre les dues magnituds diferents i deduir una manera de generalitzar els resultats obtinguts. Sovint els alumnes comencen a realitzar càlculs entre magnituds, però no saben deduir la raó de proporcionalitat que s'estableix entre aquestes magnituds. Es veu, per tant, la necessitat de seguir incorporar tant en el treball de l'assignatura de matemàtiques, com en les altres àrees diferents activitats o qüestions que facin que els alumnes relacionin diferents magnituds i que permetin establir patrons o relacions entre les diferents dades que es treballen.

Poder detectar aquestes dificultats ha fet que el treball realitzat dins de l'àrea de matemàtiques hagi estat enfocat a incorporar més situacions en la que els alumnes no havien només de fer gràfics o respondre preguntes més directes, sinó que havien d'establir relacions entre les magnituds i especialment, buscar les expressions algebraïques que generalitzaven situacions senzilles.

El fet d'implicar a tota l'escola en aquest procés ha resultat molt interessant, ja que, s'ha possibilitat un entorn d'aprenentatge i d'intercanvi d'experiències entre les diferents àrees i que ha permès veure que no és tan complex treballar de forma interdisciplinària.

### 4. Bibliografia

#### Llibres:

Shell Centre for Mathematical Education. *El Lenguaje de funciones y gráficas*. Traducció de Félix Ayalo. Euskal Herriko Unibertsitateko Argitarapen-Zerbitzua. Servei Editorial Universidad del País Vasco. 1990. Ministerio de Educación y Ciencia. I.S.B.N.: 84-7585-236-X

Editorial Text Galera. *El desplaçament dels Refugiats* [Pàgina web]  
<https://textlagalera.wordpress.com/2015/09/16/la-noticia-de-la-setmana-a-laula-2/> [consultat 31/05/2016]

Editorial Text Galera. *Carles Puigdemont, investit President de la Generalitat*.  
<https://textlagalera.wordpress.com/2016/01/12/la-noticia-de-la-setmana-a-laula-carles-puigdemont-president-de-la-generalitat/> [consultat 31/05/2016]