

## Petites creacions inspirades en les matemàtiques que ens envolten

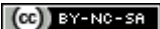
**Manrique Ortega Anna<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Escoles Fonlladosa, 08380 Malgrat de Mar, amanrique@escolesfonlladosa.cat

### Resum de la comunicació

Es mostra una experiència amb alumnes de P5, a qui se'ls va proposar realitzar un dibuix sobre *les matemàtiques que ens envolten*, sota la supervisió d'alumnes de 4t d'ESO. Partint d'una presentació de fotografies matemàtiques exposada per alumnes de secundària i d'una reflexió conjunta sobre aspectes matemàtics identificats a la vida real, els alumnes d'infantil elaboren creacions pròpies de caire matemàtic. Es vol oferir una possibilitat d'analitzar la realitat, des d'una perspectiva matemàtica i artística, per tal de promoure un aprenentatge comprensiu, significatiu, compartit i guiat; estimulant, també, la creativitat, la imaginació, la sensibilitat i la felicitat dels alumnes.

**PARAULES CLAU:** interacció i participació, representació, argumentació a l'aula de matemàtiques.

Aquests materials estan sota una llicència Creative Commons 4.0 Internacional del tipus 

## Objectius i disseny de l'experiència didàctica

Aquesta comunicació es refereix a una experiència desenvolupada a l'aula de matemàtiques d'infantil de les Escoles Fonlladosa de Malgrat de Mar, amb el suport d'alumnes de secundària. S'inspira en entorns basats en la col·laboració i en la participació dels alumnes, de forma guiada, partint d'una col·lecció de fotografies matemàtiques elaborada i presentada per alumnes de 4t d'ESO. Què es vol aconseguir? Impulsar la interacció entre iguals, la participació a l'aula de matemàtiques i fomentar el desenvolupament d'arguments inspirats en contextos reals, per tal de compartir per construir coneixement matemàtic.

Quins són els objectius de l'experiència? D'una banda, oferir als alumnes d'infantil una possibilitat d'analitzar la realitat, des d'una perspectiva matemàtica i artística, estimulant l'adquisició de coneixement de forma dinàmica i compartida. La fita és promoure un aprenentatge comprensiu i significatiu que impulsi, a la vegada, la creativitat dels alumnes de P5 d'una forma atractiva. De l'altra, delegar en els alumnes de secundària tasques que impliquin un cert grau de responsabilitat, iniciativa, cooperació i coordinació, per acompanyar als més petits en el transcurs de l'experiència i plantejar situacions matemàticament desafiantes que promoguin la reflexió.

Després de formular els objectius, es pren com a referent el currículum d'infantil, es centra en el desenvolupament de diverses capacitats i es formulen aspectes relatius a les matemàtiques d'interès:

- Identificar i representar figures planes i cossos amb volum que formen part de l'estructura d'alguns objectes.
- Diferenciar i argumentar el significat d'una, dues i tres dimensions.
- Identificar i fer servir la numeració treballada a la classe.
- Manipular elements per sumar o per restar quantitats.
- Identificar diversos tipus de línies rectes (paral·leles i perpendiculars) i corbes.
- Analitzar simetries (cartells i rajoles).

D'entrada, es considera pertinent generar situacions que provoquin interaccions entre alumnes, per tal d'elaborar arguments matemàtics col·lectius que puguin contribuir en la construcció del seu coneixement, afavorint també, les relacions socials. En segon lloc, es concreta que l'actuació dels alumnes de secundària ha de ser responsable i organitzada. En últim terme, es perfila el disseny de l'experiència en base a tres fases temporitzades, presentades a la taula següent, per tal d'implementar-la al llarg de sis sessions de treball.

Fase	Descripció
Fase 1	Anàlisi col·lectiu de fotografies i d'objectes quotidians
Fase 2	Elaboració individual d'un dibuix de caire matemàtic
Fase 3	Argumentació col·lectiva de les intencions matemàtiques





Fases de l'experiència didàctica implementada

### Implementació de l'experiència didàctica a l'aula d'infantil

Un cop fixats els objectius i dissenyada l'experiència, es seleccionen alumnes de secundària, caracteritzats per la seva familiarització amb la resolució de situacions matemàtiques, pel seu alt grau de participació a la classe i per la seva capacitat comunicativa. A continuació, se'ls explica el desenvolupament de l'experiència, les intencions pedagògiques i els límits de la seva participació, per optimitzar les actuacions dels alumnes d'infantil. Per acabar, se'ls assigna un grup de tres o quatre alumnes. En cap moment s'exclou el rol de les mestres que supervisen tasques i resolen dubtes.

#### *Fase 1. Anàlisis col·lectiu de fotografies i d'objectes quotidians*

A la primera sessió, els alumnes de secundària exposen una col·lecció de fotografies matemàtiques, de manera digital, exemplificant aspectes matemàtics identificats a la vida real. A la taula següent, es presenten algunes de les fotografies mostrades a l'aula i la seva intenció matemàtica.

	<p>“...fixeu-vos en les cordes d'aquesta guitarra, són línies rectes... mireu! sempre estan separades igual, són línies paral·leles... no es toquen entre elles... quan la guitarra no sona...”</p>
	<p>“...molt bé, és un taulell de parxís... a veure quines formes podem trobar... cercles... rectangles... línies paral·leles... circumferències... i també cilindres per llençar els daus. Quina forma té el dau?...”</p>
	<p>“...si, és una paperera... té forma de cilindre... si línies blanques... paral·leles... rectangles... és un pas de vianants...”</p>
	<p>“...molt bé, són triangles dibuixats al terra del carrer...”</p>

Alguns exemples de fotografies matemàtiques exposades a l'aula

L'anàlisi de les fotografies permet treballar la forma de figures planes (quadrat, triangle, cercle, rombe, rectangle) mitjançant l'observació de senyals de trànsit o altres elements identificats al carrer; permet analitzar la forma de cossos amb volum (cilindre, esfera i cub) a través de l'examen d'estructures identificades en algunes joguines i objectes quotidians. A més, realitzen recomptes d'elements d'un conjunt, analitzen la forma de línies rectes i corbes que constitueixen una forma més complexa, examinen simetries de rajoles i de cartells penjats a l'aula, etc.

Un cop presentades les fotografies, els alumnes de secundària revisen acuradament els aspectes matemàtics comentats anteriorment. Així, la imatge següent exemplifica algunes fotografies que van permetre plantejar interrogants de caire matemàtic, per reforçar i promoure la reflexió sobre el seu contingut.



Diapositiva 1 de la segona part de la presentació

Al llarg de la segona sessió, cada alumne de secundària cerca amb el seu grup diversos objectes de l'aula i els manipula, analitza les seves formes, els ordena seguint diversos criteris (mida, color, etc.) i fa un recompte. Com a exemple, es presenta un dau i es justifica que està format per sis cares quadrades. Tot seguit, es verifica que una de les cares del dau té una forma similar a la de les rajoles del terra de l'aula o a la forma quadrada identificada a la quadrícula d'una fulla. A més, examinen com són les simetries que apareixen en uns cartells penjats a la classe. Globalment, els alumnes de secundària tenen la consigna de treballar, de forma intuïtiva i manipulativa, la diferència entre 1, 2 i 3 dimensions. Per exemple, analitzen la forma d'un cercle, d'un disc circular i d'una pilota, promovent la participació activa dels alumnes de P5 per establir relacions a través de la manipulació d'aquests objectes.

“Sabeu què són aquestes coses i quina forma tenen? La pilota és una esfera i la puc abraçar... el disc és un cercle i és pla... el puc dibuixar en un paper i retallar-lo... el cercle és una circumferència i està buit per dintre, puc traspasar-la amb el braç... agafeu aquests objectes i jugueu amb ells!”

Alguns alumnes fan servir la numeració que segueix la llista de la classe (en total són 29 alumnes) i el llistat de nombres que tenen enganxats a la seva taula (del 0 fins el 9), per recomptar elements ordenats a les taules i per sumar o restar petites quantitats.

“Ordenarem aquests objectes segons la seva mida i formarem amb ells una filera. Primer col·locarem els més petits i després els més grans -els nens manipulen els objectes i els ordenen en base al criteri donat- comptarem quants en tenim en aquesta taula: 1, 2, 3, 4 i 5. Quants en tenim a la taula del costat? 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 i 8... Ara sumarem els objectes que tenim a les dues taules: 5 més 8, comptem-los, 1, 2, 3, 4 i 5 en aquesta taula, i en aquesta altra 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 i 13 en total -els nens recompten en cada cas-.”

Finalment, tot el grup classe, amb el suport dels seus alumnes de secundària, classifica una col·lecció d'objectes segons la seva forma tridimensional: con, piràmide, esfera i cub, tal i com il·lustrem a la imatge següent.



Classificació de diferents objectes: con, piràmide, esfera i cub

Convé ressaltar, que el propòsit de la segona sessió es contribuir de manera satisfactòria en l'aprenentatge matemàtic, en base a la participació i la col·laboració dels alumnes. Destaca el paper associat a la interacció social, en l'elaboració d'arguments matemàtics en consonància amb la seva edat i nivell. Des d'aquest punt de vista, el fet d'assegurar una comprensió matemàtica, respecte a les diverses exemplificacions presentades a l'aula, implica que el llenguatge verbal adopti un paper protagonista, estimulant, també, el respecte i la tolerància entre companys.

#### *Fase 2. Elaboració individual d'un dibuix de caire matemàtic*

A les sessions tres i quatre, els alumnes de P5 treballen amb el suport d'un alumne de secundària. Tal i com es mostra a les imatges següents, cada alumne d'infantil realitza un dibuix de caire matemàtic. Ara, la imaginació, la creativitat i la capacitat de raonar de cada alumne de P5 adopten un paper protagonista. A més, els alumnes de 4t d'ESO mostren interès pels dibuixos que elaboren, qüestionen les seves intencions matemàtiques i els seus interessos artístics i, també, donen el vistiplau als seus progressos.








Alumnes d'infantil dibuixant a l'aula de P5

D'una forma breu podem comentar els tipus de dibuixos elaborats: predomina la representació de figures planes i cossos geomètrics, la representació de nombres naturals, el desenvolupament de sumes i restes d'elements, de forma numèrica i gràfica i, a més, la connexió entre diversos llenguatges matemàtics (numèric, verbal i gràfic), tal i com s'exemplifica a la taula següent.

	<p>Representació de figures i cossos geomètrics. Predomina el dibuix de triangles, quadrats, rectangles, rombes i cercles. En alguna ocasió, dibuixen figures tridimensionals, com per exemple el cub groc que apareix al centre de la fulla.</p>
	<p>Representació gràfica i numèrica del recompte d'elements i de la seva suma. Connexió de llenguatges. Manipula diversos llapis per sumar quantitats. Dibuixa circumferències (part esquerra del dibuix) o línies rectes (part inferior del dibuix) per recomptar quantitats. Expressa de forma numèrica algunes sumes: "1+1=2; 2+2=4; 10+2+2=14".</p>

	Representació animada d'una sèrie ordenada de nombres naturals "1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9". Expressa de forma numèrica: "1+1=2" i de forma animada "4+2=6". També representa algunes figures geomètriques planes treballades anteriorment.
	Connecta el llenguatge matemàtic numèric i gràfic. Per exemple, representa 10 llacets de la cometa i suma els primers amb els últims "5+5=10"; indica que hi ha dues nenes "1+1=2". Representa objectes en 1, 2 i 3 dimensions (cercle rosa "que es pinta", circumferències grises "buides per dintre" i el cub vermell "que es pot agafar").
	Representa simetries en algunes parts del cos dels dos personatges que dibuixa (cames, braços, mans i peus).

Alguns exemples de dibuixos matemàtics realitzats per alumnes de P5

### Fase 3. Argumentació col·lectiva de les intencions matemàtiques

A la cinquena sessió, els alumnes de P5 amb el suport dels de secundària, cerquen un títol significatiu que indiqui la seva intenció matemàtica, potenciant un diàleg crític per justificar-la. Després de realitzar aquesta tasca, cada alumne d'infantil exposa, a la resta de companys del seu grup, la idea matemàtica que volia transmetre i presenta el seu dibuix matemàtic. Per acabar, els alumnes manipulen objectes i verifiquen resultats (de sumes o restes) plasmats a les seves produccions. Com a exemple, les fotografies següents mostren alumnes que recompten quantitats de llapis per comprovar resultats representats al paper.



Alumnes de P5 recomptant i sumant llapis

A la sisena sessió, revisem aspectes matemàtics treballats a les sessions anteriors, mitjançant nous exemples trobats a l'aula o a internet, impulsant la participació de tots els participants. Els alumnes de P5, de forma voluntària, argumenten davant dels companys, el contingut matemàtic dels seus dibuixos. N'és un bon exemple l'il·lustrat a la imatge següent: un alumne presenta el seu dibuix matemàtic i, posteriorment, aquest alumne explicarà les seves intencions matemàtiques i artístiques a la resta de companys.



Alumne de P5 mostrant el seu dibuix matemàtic

Un altre exemple extret de la sessió, és el següent: dos alumnes manipulen un dau i un cub blau per a argumentar quines són les seves similituds i les seves diferències (segons la seva forma volumètrica i el tipus de cares que tenen), exposant les raons matemàtiques que validen les seves afirmacions.



Alumnes de P5 manipulant objectes de forma cúbica



És interessant ressaltar, que la participació dels primers alumnes voluntaris promou la participació d'altres alumnes més introvertits, donant pas a una darrera sessió molt profitosa, des d'un punt de vista pedagògic.

### **Valoració de l'experiència didàctica**

En definitiva, es valora el desenvolupament de l'experiència positivament, a l'oferir una possibilitat de contemplar i entendre la realitat que ens envolta, des d'una perspectiva matemàtica, atraient pels alumnes de P5. Destaquen aquelles situacions que van permetre treballar habilitats relacionades amb la comprensió, el raonament i la comunicació d'idees matemàtiques per construir coneixement matemàtic. És a dir, els alumnes d'infantil van haver d'observar, descriure, analitzar, comparar, manipular, imaginar, interpretar, visualitzar i argumentar aspectes relacionats amb les *matemàtiques que ens envolten*, afavorint el seu procés d'aprenentatge individual i col·lectiu i, al mateix temps, reforçant la seva autoestima i confiança per tal d'enfrontar-se a nous reptes.

A més a més, destaca l'estreta relació que es va establir entre els alumnes de P5 i els de 4t d'ESO i, també, entre els alumnes i el desenvolupament de l'experiència. Per un costat, els alumnes d'infantil han participat de forma molt activa, amb il·lusió i optimisme, seguint totes les consignes donades pels alumnes de secundària que els han acompanyat i per les mestres, treballant de manera competent. Per l'altre, ressalta l'excel·lent participació dels alumnes de secundària, reforçant de forma satisfactòria els avenços assolits pels alumnes de P5. La idea central és que *el treball col·laboratiu suma, estimulant l'adquisició de coneixement matemàtic i millorant altres aspectes socials rellevants impulsats per la participació i la interacció entre els alumnes a les classes de matemàtiques*.

En conclusió, la implementació de l'experiència a l'aula d'infantil ha permès les següents actuacions:

- Interactuar entre iguals per elaborar arguments matemàtics i extreure conclusions, individuals i de grup, fomentant el compartir per construir coneixement matemàtic.
- Obtenir informació de caire matemàtic a partir de l'anàlisi de situacions de la vida real i utilitzar-la en funció de les necessitats, particulars i col·lectives, del moment.
- Manipular objectes quotidians, analitzar les seves formes i classificar-los segons unes condicions establertes, potenciant la intuïció i la capacitat de raonar de cada individu.
- Elaborar produccions individuals mitjançant un procés reflexiu i crític, avaluant la realitat des d'una perspectiva artística i matemàtica.
- Justificar decisions preses, de forma individual i col·lectiva i, donar arguments per rebatre qüestions plantejades i enfrontar-se a nous reptes de manera gradual.

- Participar en classes de matemàtiques que despertin la creativitat, els sentiments i les emocions de cada persona i que reforcin determinades habilitats socials relacionades amb el respecte, la tolerància, la col·laboració, l'empatia i altres.

## **Bibliografia**

Alsina, Claudi i altres. *Educación matemática y buenas prácticas. Infantil, primaria, secundaria y educación superior*. Coordinadors: Planas, Núria i Alsina, Àngel. Edició 1a. Barcelona: Editorial Graó, 2009. ISBN: 978-84-7827-695.

Badillo, Edelmira i Manrique, Anna. Mathematical learning in collaborative and argumentative lessons from a primary classroom. *Proceedings of the 6<sup>th</sup> Nordic Conference on Mathematics Education*. Reijkavik, Islandia, Universidad de Islandia: G. H. Gunnarsdóttir et al. (Eds.), 2011, pàgina 691.

Edo, Mequè. Matemáticas y arte en educación infantil. *UNO-Revista de Didáctica de las Matemáticas*. 2008, número 47, pàgines 55-60.

Giménez, Joaquim. Los desafíos competenciales matemáticos en educación infantil. *UNO-Revista de Didáctica de las Matemáticas*. 2008, número 47, pàgines 5-9.

Krummheuer, Götz. Representation of the notion "learning-as-participation" in everyday situations of mathematics classes. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*. 2011, número 43 (1/2), pàgines 81-90.

Manrique, Anna. ¿Me ayudas a dibujar las matemáticas que nos rodean? *UNO-Revista de Didáctica de las Matemáticas*. 2015, número 70, pàgines 55-60.