

Matemàtiques i valors, conjunts disjunts?

Persona o persones inscrites al Congrés que presenten la comunicació:


Lluís Mora Cañellas

CESIRE, Dept. Ensenyament, lmora1@xtec.cat

Resum de la comunicació

Quins valors trametem com a mestres i professors de matemàtiques? Mostrarem com, amb una selecció acurada de les activitats, i una metodologia d'aula adequada, el treball en valors té lloc a l'àrea de matemàtiques. Hi podem contribuir en aspectes de l'àmbit Cultural i Històric, de l'àmbit SocioPolític i d'altres aspectes més personals. Mostrarem el lligam que hi ha entre els valors, qualitats que donen valor, que treballem en aquests àmbits i un aprenentatge que inclogui saber, saber fer, ser i conviure. Es mostraran exemples d'activitats lligades a la història i la cultura, al treball per projectes i a la resolució de problemes, que ens ajudaran a introduir i aprofundir en aquestes qualitats que fan més estimable el treball matemàtic que portem a terme. A més, seran activitats transversals pel que fa al nivell educatiu en el qual podem aplicar-les i estan perfectament adaptades al currículum competencial amb el que treballem.

PARAULES CLAU: Transversalitat, Valors, Gestió d'aula

Aquests materials estan sota una llicència
Creative Commons 4.0 Internacional del tipus 

1. Quins valors trametem com a mestres i professors de matemàtiques als estudiants?

Moltes vegades escoltem frases que associen la transmissió de valors a les matèries d'humanitats i no a les científiques, específicament les Matemàtiques i se'n donen algunes raons que no entrarem a valorar. El que volem és mostrar que amb el treball matemàtic també és transmeten i treballen valors de diversos tipus: ètics, estètics, econòmics o vitals per citar-ne alguns. Per fer això, la primera cosa que ens hem de plantejar és que volem dir quan ens preguntem "quins valors trametem als estudiants en les nostres classes de matemàtiques?" I això té molt a veure amb el significat del terme valor. Per tal d'evitar idees subjectives, hem anat a veure que en diuen els diccionaris. La viquipèdia ens diu que el valor d'una cosa o d'una acció "és el conjunt de qualitats que la fan estimable". Val a dir, que aquesta definició no és massa diferent de la que la resta de diccionaris en línia li donen. Per tant no parlarem tant de valors sinó de les qualitats valuoses que poden transmetre les matemàtiques. Però hem d'anar més enllà, atès que qualitats n'hi ha de molts tipus i molt variades. Des de fa uns anys és publica la revista "Valors", que des dels seus inicis ha anat creant un sumari amb totes aquelles qualitats que podem considerar a l'hora de saber com de valuosa és una cosa o una acció. En la imatge següent mostrem el núvol d'aquestes qualitats.



Llistat de qualitats segurament ampliable que donen valor

Cal decidir i trobar doncs, aquelles qualitats de les Matemàtiques i del seu ensenyament que siguin més valuoses per tal de transmetre-les als nostres estudiants. I com hem vist, hi ha moltes possibilitats i de molts estils diferents.

2. Per quin motiu són importants les Matemàtiques?

Atès que hi ha moltes qualitats que donen valor a les Matemàtiques i al seu ensenyament ens hem de preguntar, primer de tot, per quin motiu són importants. Sense por a equivocar-nos podem quedar-nos amb la idea que les matemàtiques són valuoses atès que ens permeten prendre decisions per millorar les coses. I aquesta, prendre decisions, és una qualitat que entenem com a valuosa, i això fa que sigui important conèixer-les i per tant ensenyar-les.

Però podem fer més coses a banda d'aquesta. Podem decidir quines qualitats volem potenciar i dissenyar les activitats de l'aula i la gestió que en volem fer per tal d'ajudar a desenvolupar-les. I en el disseny de les activitats serà important tenir en compte en quins contextos determinats volem crear-les.

En aquesta comunicació farem especial atenció a tres contextos determinats per treballar qualitats que donen valor a les coses o les accions, i dins d'aquests contextos seleccionarem aquelles qualitats que podrem treballar:

- a) Cultural i Històric: Aquest context ens ajudarà a desenvolupar el respecte pels altres, acceptar la diversitat i a fer sempre el millor treball possible. Les activitats matemàtiques relacionades amb història i cultura seran aquelles que ens permetran desenvolupar aquestes qualitats
- b) Socio-Polític: Aquí podrem veure com les matemàtiques ens ajuden a protegir el bé comú, a treballar l'honestedat i la fiabilitat, i la integritat. El desenvolupament de projectes relacionats amb l'entorn immediat dels estudiants ajudaran en l'enriquiment d'aquestes qualitats.
- c) Individual: Tenir cura d'ell mateix i dels altres i resoldre diferències de manera constructiva seran qualitats que podem treballar en aquest apartat. En aquest aspecte el treball en resolució de problemes i realització de petites investigacions ens ajudarà a aprofundir-hi.

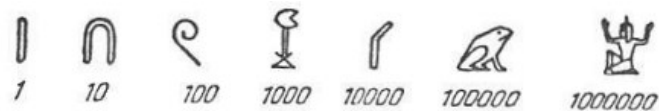
3. Activitats matemàtiques relacionades amb la Història

a. Sistemes de numeració

Dediquem moltes hores de classe a treballar el sistema de numeració. Però el nostre sistema de numeració no s'ha desenvolupat del no res. Ha anat evolucionant a partir d'altres sistemes anteriors. A banda que en d'altres zones de la Terra s'han utilitzat diferents sistemes de numeració. Els sistemes de numeració, com els sistemes de lectura i escriptura, són una part molt important de la cultura que els utilitza, per tant el seu estudi ens ajuda a entendre-les, complementant aspectes històrics que es poden treballar en altres àmbits. Aquest treball ens fa anar més enllà de la matemàtica més utilitària que moltes vegades s'ensenya en els centres educatius, però al mateix temps el conserva i revitalitza (Morin 2016), doncs segueix fent allò que es fa a classe de manera habitual però l'enriqueix amb una visió social força important atès que, al nostre entendre, dona una visió més inclusiva quan veu el

món des de diversos punts de vista. Val a dir que també ens permet fer un treball conjunt important amb altres àmbits de coneixement, com l'àrea de Ciències Socials.

Un exemple d'això que diem és el sistema de numeració egipci (III mil·leni A.C.). Un sistema de numeració en base 10, decimal com el nostre, no posicional i additiu. Tenien un símbol per cada posició.



Símbols del sistema de numeració egipci

Els egipcis escrivien  per simbolitzar el número 204022.

Un número determinat, per exemple el 321, s'escriu utilitzant 3 vegades el símbol 100, dues vegades el símbol 10 i una vegada el símbol 1. De fet escrivien $3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 1$, molt semblant a la manera com nosaltres descomponem els nostres números. Fixeu-vos que aquesta manera de fer-ho ens obre moltes possibilitats de plantejament de preguntes (problemes) per part nostra o dels estudiants. Una branca molt interessant que apareix és la de la combinatòria quan ens preguntem quants números diferents podem escriure amb dos dels 7 símbols anteriors.

Podem veure més exemples d'aquesta manera de fer en l'espai web http://walipi.org/investigat/primer_trimestre.html.

No només és interessant la manera com escrivien els números, sinó que també ho és la manera com calculaven, el seu algorisme de multiplicació i de divisió.

Un dels grans mèrits de la multiplicació i divisió egípcia és que només requereix el coneixement previ de la suma, i també, de la multiplicació per 2. L'operació fonamental a l'Egipte era la suma, però van haver de fer càlculs i operacions més complexes. Multiplicaven amb duplicacions successives. La nostra multiplicació ve de la paraula múltiple que suggereix el procés que utilitzaven els egipcis. Per exemple: 17×13

13	1 vegada 13
26	2 vegades 13
52	4 vegades 13
104	8 vegades 13
208	16 vegades 13

Per saber quant era 17 vegades 13 sumaven $208 + 13 = 221$

Quan treballem aquest algorisme estem duplicant, utilitzant les potències de base 2, amb la qual cosa només cal saber la taula del 2 per poder-lo aplicar. Però també estem aplicant altres propietats de les operacions com la propietat distributiva de la multiplicació envers la suma.

I també ens permet introduir elements de discussió: Per quin motiu penseu que va evolucionar cap el nostre sistema de numeració? Quines dificultats presenta? La qual cosa ens fa veure que les Matemàtiques en cap cas són immutables, sinó que evolucionen en funció de les necessitats de les persones.

Un treball equivalent es podria desenvolupar amb els sistemes de numeració maia o babilònic com ja hem mencionat anteriorment.

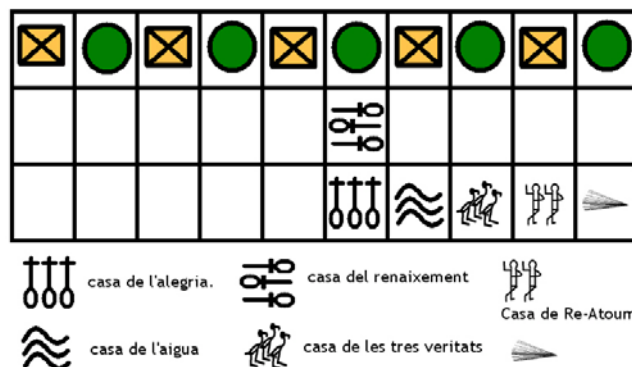
b. Jocs del món

El joc és una activitat universal, totes les cultures i civilitzacions, antigues o modernes han jugat i continuen jugant. Fins i tot les seves tècniques i estratègies que s'utilitzen en els jocs s'estan introduint en el món de l'ensenyament amb el nom de gamificació. Molts dels antics jocs de taula han evolucionat des dels seus orígens fins els nostres dies amb variants adaptades als països on es juguen. Per tant podem pensar que l'ús de jocs a les aules, a banda de permetre el treball matemàtic, també ens posaran en contacte amb les cultures d'on provenen. També podrem veure que les normes d'aquests jocs són canviants i les podem adaptar perfectament al nostre entorn en un procés de diàleg i d'intercanvi d'opinions. Tres aspectes són els que ens permeten treballar els jocs: el matemàtic, cultures originals i el de discussió i adaptació de les normes que els regulen . La manera d'actuar davant els jocs és molt semblant a la manera com ens afrontem als problemes matemàtics:

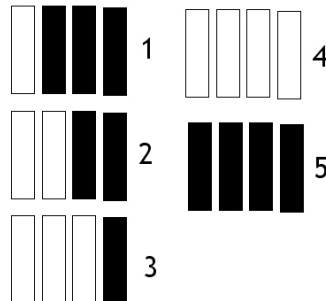
- 1) Entendre les normes
- 2) Elaborar una estratègia per afrontar el joc
- 3) Aplicar l'estratègia
- 4) Revisar els resultats

Ja que en l'apartat anterior hem introduït el món egipci per situar una activitat matemàtica, ara seguirem amb aquesta línia amb un joc d'origen egipci, el SENET. El SENET és un joc que es jugava a l'antic Egipte. No es coneixen molt bé quines eren les seves normes atès que no estaven escrites i han anat canviant molt al llarg del temps en funció de la zona on es jugava. A la viquipèdia (<https://en.wikipedia.org/wiki/Senet>) podem conèixer amb una mica més de detall la història del joc i les seves normes. És joc que es planteja com una cursa entre dos jugadors tal com ho podria ser el joc de l'oca actual.

El tauler del joc és el següent:



No utilitzaven daus, el sistema de puntuació s'obtenia llençant 4 fustes planes pintades per una cara. La puntuació depenia del número de cares que quedaven cap amunt. En la següent imatge veiem una mostra de la situació.



Valor de la tirada en el joc del Senet

Possibles tasques matemàtiques que podem desenvolupar amb aquest joc:

- 1) És possible un partida on ambdós jugadors aconseguen treure del tauler les 10 peces? Si fos possible, quina seria la seqüència de moviments més breu que ens permetria fer-ho.
- 2) Quantes posicions possibles hi ha després de 2 moviments? I després de 3 moviments?
- 3) Considerem un tauler amb menys fitxes o menys posicions, i estudiem les qüestions anteriors en aquesta nova situació.
- 4) Estudia el seu sistema de tirades, quin et sembla que és el valor que pot aparèixer més sovint? Fes un estudi de les diverses situacions que poden donar-se.

Per tant el joc ens ajuda a situar-nos en un context històric-social, a desenvolupar un treball matemàtic i a establir una discussió debat per tal de decidir quins són les que utilitzarem. Això ens ajudar a desenvolupar qualitats que podem considerar molt valuoses.

4. Treball per projectes

Les relacions Socio-polítiques poden ser treballades a l'aula amb la metodologia de treball basada en el desenvolupament de projectes a l'aula. Hem de tenir present també que l'actual sistema educatiu ja preveu la realització d'aquestes tasques, com a mínim una a cada curs, tal com proposa el nou model de currículum finlandès. Tal com diu Sol(2008) amb un projecte els estudiants treballen el món real al món matemàtic seguint un procés de matematització atès que es basen en situacions reals. El projecte finalitza quan la resolució matemàtica es trasllada al món real donant resposta a la pregunta que ens havíem formulat inicialment. A més, moltes vegades aquests projectes poden venir proposats pels mateixos estudiants. Un aspecte important al treballar per projectes és el canvi de rol dels professors i dels estudiants. Els alumnes són més autònoms i prenent les seves pròpies decisions i el professorat ha d'acompanyar als estudiants suggerint més que dirigint.

Quines són les característiques fonamentals del treball per projectes que el fan valuoses, tan a nivell matemàtic com a per treballar els valors amb els estudiants? Ens proporcionen:

- Aprenentatge cooperatiu i col·laboratiu
- Utilització d'un ampli ventall de recursos
- Aprenentatge significatiu
- Contacte directe amb la realitat
- Alumnes actius

I és important que aquests projectes sempre responguin a un objectiu de treball amb sentit, i si és de caràcter social molt millor.

Exemples de projectes els podem trobar en el concurs Planter de sondeigs i experiments (<https://www.fme.upc.edu/ca/planter>), on es poden veure molts projectes relacionats amb el treball estadístic per a diferents nivells educatius, i en aquesta mateixa línia tenim el web Gapminder o IDESCAT, que amb accés directe a bases de dades reals permeten plantejar-se projectes amb un alt contingut social.

Més exemples de projectes amb important contingut de matemàtiques, per mostrar el que saps i per aprendre'n més, és pot trobar en el llibre "101 proyectos matemáticos" escrit per Brian Bolt i David Hobbs publicat a Espanya per la desapareguda Editorial Labor, on es presenten idees per a realitzar 101 projectes, la majoria interdisciplinars, i molts d'ells del que podríem dir de Km 0, de proximitat als estudiants.

5. Resolució de problemes i realització de petites investigacions

Si ens plantejem que vol dir resoldre problemes veurem que la major part d'autors estan d'acord en que fonamentalment hi ha quatre fases:

Primer, partim d'un problema real del qual hem de crear un model per convertir aquesta situació en un problema matemàtic, segona etapa. Ara cal resoldre aquest problema matemàtic, que serà la tercera etapa. I finalment, quarta etapa, caldrà tornar a traduir la solució matemàtica a la solució del problema real. Si ens fixem veurem que aquesta estructura de treball és molt semblant a la dels projectes matemàtics i també, a la dels jocs.

És important també distingir entre exercici i problemes. Un exercici acostuma ha implicar poc repte i ha tenir una estructura molt tancada, així transmet la idea que en matemàtiques les coses només es poden fer d'una manera i aquesta està establerta. En canvi un problema, o una petita investigació, implica un repte més important, i enfrontar-nos davant d'una situació més oberta, amb multitud d'estratègies de resolució i també, diferents respostes. Aquest tipus d'activitats impliquen en els estudiants un canvi d'actitud davant la manera com veuen la matèria i també l'entorn. Totes les situacions poden ser obertes i poden enfrontar-se a elles amb diferents estratègies, la qual cosa afavoreix la seva autoestima. I atès que altres estudiants poden seguir estratègies diferents i arribar a altres resultats afavorirà el debat i la discussió. Poden ser exemples de problemes interessants o fins i tot de petites recerques les següents preguntes:

- Quants litres de benzina es consumeixen en la teva ciutat en un dia?

- Quants diners pot estalviar una persona en un any si enlloc d'anar en cotxe o en transport públic va caminant?
- A casa, llencem la meitat del menjar? I a la ciutat on vivim?
 - <https://www.youtube.com/watch?v=9QYTPzJ8h4w>
- [Les truites de l'estany](#). Activitat a l'ARC
- Altres enllaços amb activitats: <https://recursosmatematicas.wikispaces.com>

6. Bibliografia

Associació Cultural Valors. *Valors* [pàgina web]. data d'actualització/revisió [30/05/2016] <http://www.valors.org/>. B-6206-2004

Bolt, Brian; Hobbs, David. *101 Mathematical Projects*. Cambridge University Press (1989). 978-0-521-34759-4

Gapminder. data d'actualització/revisió [30/05/2016] . <https://www.gapminder.org/>

IDESCAT. data d'actualització/revisió [30/05/2016]. <http://www.idescat.cat/>

Sol, Manel. Les competències en els treballs de projectes matemàtiques per una educació equitativa a l'ESO. Butlletí La Recerca, . ISSN 1886-1946